



XIMENA MENDES DE OLIVEIRA

**MANEJO E SEU EFEITO NA FORMA, ESTRUTURA E
CRESCIMENTO DE POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* NO
SUL DO BRASIL**

LAVRAS - MG

2020

XIMENA MENDES DE OLIVEIRA

**MANEJO E SEU EFEITO NA FORMA, ESTRUTURA E CRESCIMENTO DE
POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* NO SUL DO BRASIL**

*Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia
Florestal como parte das exigências
do curso de doutorado em
Engenharia Florestal.*

Prof. Dr. José Roberto Soares Scolforo
Orientador

Dr. Henrique Ferrão Scolforo
Coorientador

Prof. Dr. Harold Eugene Burkhart
Coorientador

**LAVRAS – MG
2020**

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Oliveira, Ximena Mendes de.

Manejo e seu efeito na forma, estrutura e crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil / Ximena Mendes de Oliveira. - 2020.

188 p. : il.

Orientador(a): José Roberto Soares Scolforo.

Coorientador(a): Henrique Ferraço Scolforo, Harold Eugene Burkhart.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Lavras, 2020.

Bibliografia.

1. Manejo florestal intensivo. 2. Modelos generalizados. 3. Diagrama de densidade de manejo do povoamento. I. Scolforo, José Roberto Soares. II. Scolforo, Henrique Ferraço. III. Burkhart, Harold Eugene. IV. Título.

XIMENA MENDES DE OLIVEIRA

**MANEJO E SEU EFEITO NA FORMA, ESTRUTURA E CRESCIMENTO DE
POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* NO SUL DO BRASIL**

**MANAGEMENT EFFECT ON SHAPE, STRUCTURE AND GROWTH OF A
Pinus taeda STAND IN SOUTH BRAZIL**

*Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia
Florestal como parte das exigências
do curso de doutorado em
Engenharia Florestal.*

APROVADA em 04 de setembro de 2020

Dr. José Roberto Soares Scolforo UFLA
Dr. Mário Dobner Junior UFSC
Dr. Henrique Ferrazo Scolforo SUZANO
Dr. Lucas Rezende Gomide UFLA
Dr. Otávio Camargo Campoé UFLA

Prof. Dr. José Roberto Soares Scolforo
Orientador

Dr. Henrique Ferrazo Scolforo
Coorientador

Prof. Dr. Harold Eugene Burkhart
Coorientador

**LAVRAS – MG
2020**

*Aos meus amados pais, Mary e José Henrique.
À minha incansável parceira, Nara Jorge.
Dedico*

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da vida e pela experiência maravilhosa da existência.

À Universidade Federal de Minas Gerais, pelo conhecimento adquirido durante a graduação e pelo interesse em continuar na pesquisa.

À Universidade Federal de Lavras, especialmente ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, pelo aprendizado e oportunidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa no início do doutorado, código de financiamento 001.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Roberto Soares Scolforo, e meus coorientadores, Dr. Henrique Ferrazo Scolforo e Prof. Dr. Harold Eugene Burkhardt, pela paciência, diálogo, ensinamento e disposição em ajudar. É uma grande honra tê-los como parceiros no desenvolvimento desta tese.

Ao Prof. Dr. Mário Dobner Jr e à empresa Florestal Gateados que disponibilizaram os dados e visita aos experimentos, bem como, ao Prof. Dr. Jürgen Huss (Uni-Freiburg, Alemanha), que projetou e estabeleceu os experimentos na década de 1980.

Aos meus pais, Mary e José Henrique, ao meu irmão, Marlo, e à sua esposa, Ianny, que sempre me incentivaram e apoiaram nessa jornada.

À Nara, por compartilhar os dias comigo e me apoiar em todos os momentos e à maravilhosa família Lacerda Jorge que me recebeu com tanto carinho como filha, irmã e tia.

Às integrantes da M4 que moraram comigo durante o doutorado (Fernanda, Geisislaine e Taiane), por terem sido minha amada família em Lavras.

Aos colegas e amigos da Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da UFLA, em especial às minhas “hermanas” (Anny, Lorena, Luciane, Marya Eduarda, Paula, Rafaella e Thiza), pela implacável parceria, amizade e gentileza.

Aos docentes do Departamento de Ciências Florestais, Departamento de Ciências Exatas e Departamento de Estatística da UFLA, pelo intenso aprendizado adquirido neste período.

Ao secretário do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Juliano, pela paciência e disposição em auxiliar em todas as dúvidas e necessidades do programa.

Aos meus queridos amigos de Irati, pelas conversas, companheirismo e grande incentivo no período final do doutorado. Aos amigos, colegas e alunos da Universidade Estadual do Centro-Oeste, pelo carinho, apoio e motivação.

A todas as pessoas especiais, que estiveram ao meu lado, presencialmente e/ou virtualmente, proporcionando apoio, conversas, risadas e conselhos.

MUITO OBRIGADA!

“Os que procuram a própria iluminação pelo amor universal sabem que Deus dá sempre e que é necessário aprender a receber.” (Chico Xavier, pelo espírito Emmanuel)

RESUMO GERAL

Diferentes abordagens metodológicas podem ser consideradas visando aumento de flexibilidade dos modelos e estimativas mais precisas. A tese foi estruturada em 4 artigos e, para isso, dois conjuntos de dados foram considerados, ambos de povoamentos de *Pinus taeda* localizados em Santa Catarina, sul do Brasil. Nos artigos 1, 3 e 4 foi utilizado um experimento com nove tratamentos, variando quanto à densidade de plantio e prática de desbastes. Para o artigo 2, os dados utilizados foram de um experimento com quatro tratamentos, variando em relação aos desbastes. Ambos os experimentos apresentaram povoamentos sem desbaste e povoamentos desbastados em diferentes intensidades. No artigo 1, um modelo hipsométrico generalizado de efeitos mistos foi desenvolvido. O modelo apresentou flexibilidade na predição para diferentes condições de densidade, desbaste, idades, sítios e posições sociológicas. Os efeitos aleatórios permitem a calibração em dados que se distinguem da média geral considerada no ajuste. No artigo 2, um modelo de afilamento generalizado e calibrado foi desenvolvido. A variável posição sociológica foi incluída no expoente do modelo e o método de restrição algébrica foi utilizado para restringir a função à passar pelo diâmetro localizado a 6 m de altura da árvore. No artigo 3, um modelo simultâneo de crescimento em área basal do povoamento, compatível em predição e projeção, foi desenvolvido. O modelo contou com a inclusão da homogeneidade do povoamento, utilizando um sistema de equações que considerou a característica de variabilidade presente nas distribuições diamétricas. No artigo 4, a densidade máxima do povoamento foi calculada em relação ao número de indivíduos e à área basal máxima do povoamento. Em seguida, um diagrama de densidade de manejo do povoamento foi desenvolvido e utilizado para analisar a trajetória dos povoamentos não desbastados e desbastados, dos 5 aos 33 anos de idade, relacionando essas informações com a mortalidade observada em cada período entre desbastes. Os resultados gerais mostram que os modelos generalizados apresentaram estimativas acuradas nos artigos 1, 2 e 3. Além disso, os diagramas de densidade de manejo do povoamento possibilitam analisar os momentos mais adequados de intervenção, mantendo a trajetória de crescimento próxima à zona ótima de manejo.

Palavras-chave: manejo florestal intensivo; modelos generalizados; diagrama de densidade de manejo do povoamento.

GENERAL ABSTRACT

Different methodological approaches can be considered in order to increase the flexibility of the models and more accurate estimates. This thesis is composed of four papers, and to do so, two group of data were used, both from *Pinus taeda* stands located in Santa Catarina, southern Brazil. On papers 1, 3 and 4, data was from a trial with nine treatments varying planting density and thinning. On paper 2, data was from a trial testing four thinning intensities. In both cases trials, there were treatments with no thinning and with varying thinning intensities. On paper 1, a generalized mixed model was developed. The model was flexible and yielded good predictions on a variety of planting densities, thinning, ages, site and sociological position. On paper 2, a generalized taper model was developed. The variable sociological position was included as the exponent and the algebraic restriction method was used to constrain the function up to the diameter at 6 meter height. On paper 3, a simultaneous basal area growth model compatible to prediction and projection was developed. On the model, it was inserted a variable describing the stand homogeneity, by a system of equations describing stand variability on the diameter distribution. On paper 4, stand maximum density was calculated in relation to the number of individuals and maximum basal area. Next, a stand density management diagram was developed to analyze thinned and un-thinned stand growth from the year 5 to 33, linking this information with the mortality observed between the thinning operations. The general results show that the generalized models presented accurate estimates in papers 1, 2 and 3. In addition, the stand density management diagrams make it possible to analyze the most appropriate moments of intervention, maintaining the growth trajectory close to the optimal management zone.

Keywords: intensive forest management; generalized models; stand density management diagram.

SUMÁRIO

	PRIMEIRA PARTE	12
1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1	Histórico e manejo dos povoamentos de pinus no sul do Brasil	16
2.1.1	<i>Pinus taeda</i> L.....	19
2.2	Modelagem aplicada ao manejo florestal	22
2.2.1	Modelos hipsométricos generalizados	23
2.2.2	Modelos de afilamento generalizados	29
2.2.4	Modelagem da densidade máxima de manejo e diagrama de densidade de manejo	39
3.	MATERIAL E MÉTODOS	46
4.	CONSIDERAÇÕES GERAIS	50
	REFERÊNCIAS	52
	SEGUNDA PARTE – ARTIGOS	67
	ARTIGO 1: Modelo hipsométrico generalizado de efeitos mistos para povoamentos de <i>Pinus taeda</i>, submetidos ao manejo florestal intensivo, no sul do Brasil	68
1.	INTRODUÇÃO	70
2.	MATERIAL E MÉTODOS	72
3.	RESULTADOS	79
4.	DISCUSSÃO	89
5.	CONCLUSÃO	92
	REFERÊNCIAS	93
	ARTIGO 2: Impacto da inclusão da posição sociológica e do diâmetro superior na predição do afilamento de árvores de <i>Pinus taeda</i>, submetidas a diferentes regimes de desbaste, no sul do Brasil	99
1.	INTRODUÇÃO	101
2.	MATERIAL E MÉTODOS	103
3.	RESULTADOS	111
4.	DISCUSSÃO	118
5.	CONCLUSÃO	121
	REFERÊNCIAS	121

	ARTIGO 3: Modelo de crescimento em área basal com inserção de homogeneidade para povoamentos não desbastados e desbastados de <i>Pinus taeda</i> no sul do Brasil	
	126
1.	INTRODUÇÃO.....	128
2.	MATERIAL E MÉTODOS	129
3.	RESULTADOS	137
4.	DISCUSSÃO	148
5.	CONCLUSÃO.....	150
	REFERÊNCIAS.....	151
	ARTIGO 4: Diagrama de densidade de manejo para povoamentos de <i>Pinus taeda</i>, conduzidos sob diferentes densidades iniciais e intensidades de desbaste, no sul do Brasil	155
1.	INTRODUÇÃO.....	157
2.	MATERIAL E MÉTODOS	159
3.	RESULTADOS	167
4.	DISCUSSÃO	180
5.	CONCLUSÃO.....	184
	REFERÊNCIAS.....	184

PRIMEIRA PARTE

1 INTRODUÇÃO

O gênero *Pinus* é o segundo mais plantado no Brasil, atrás somente do gênero *Eucalyptus*. Mais de 85% dos povoamentos de pinus concentram-se na região sul do país, principalmente nos estados do Paraná e Santa Catarina. A espécie *Pinus taeda* é uma das mais plantadas deste gênero e atende ao setor industrial de diferentes formas, como na produção de celulose e papel, na construção civil, na confecção de móveis e na produção de painéis reconstituídos.

Para atender as diferentes demandas, práticas do manejo florestal intensivo podem ser consideradas, como aplicação de desbastes e podas. Diferentes técnicas de desbaste podem ser aplicadas. Uma delas, ainda pouco estudada no Brasil, consiste no “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas”. Nesta técnica, árvores potenciais (indivíduos dominantes, de boa qualidade e homogeneamente distribuídos no povoamento) são selecionadas para permanecer no povoamento e, em seguida, árvores que competem efetivamente com as árvores potenciais (indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais) são selecionadas e removidas. Assim, considerável abertura de espaço é disponibilizada para o desenvolvimento das árvores remanescentes.

As condições de crescimento das árvores do povoamento são, portanto, alteradas com a condução de desbastes. Analisar os benefícios que o manejo florestal intensivo acarreta é de grande relevância para o planejamento florestal. Uma alternativa para compreender o desenvolvimento de árvores, submetidas a diferentes condições de manejo, é o uso da modelagem. Modelos podem ser definidos como uma abstração da realidade que tenta conceituar os principais relacionamentos que ocorrem em um sistema. O uso de regressão linear e não linear, bem como, efeitos fixos e efeitos mistos, vem sendo considerados no desenvolvimento de modelos importantes no contexto florestal.

Como as variáveis podem ser afetadas por diferentes fatores, o ajuste específico, considerando grupos mais semelhantes (como parcelas, idades próximas, clones, etc) tem sido considerado. No entanto, essa abordagem gera equações específicas, dificultando o uso em um aspecto regional ou situações distintas. Uma alternativa para contornar esta questão é o uso de modelos generalizados. Os modelos generalizados consideram a inclusão de diversos fatores que possam afetar, significativamente, a variável dependente. Desta forma, um modelo único e generalizado pode contemplar variadas situações.

Na modelagem da altura total das árvores, por exemplo, em vez de realizar um ajuste específico para cada parcela, considerando apenas a variável de diâmetro à 1,3 m de altura do fuste (dap) como variável independente, variáveis do povoamento também podem ser consideradas. Neste exemplo, a inclusão de variáveis como idade, diâmetro médio quadrático, número de árvores por hectare, área basal do povoamento, dentre outras, podem fornecer flexibilidade ao modelo, possibilitando o ajuste generalizado. Além da inclusão de variáveis, alguns coeficientes do modelo podem ser considerados fixos e aleatórios. Isso possibilita que os parâmetros aleatórios sejam calibrados, com uma pequena amostra de dados, quando a equação for utilizada em uma base de dados diferente da considerada no ajuste.

A altura total e o dap são constantemente utilizados como variáveis independentes na modelagem do volume total das árvores. No entanto, quando se deseja a destinação da madeira para múltiplos usos, o conhecimento da forma e do afilamento é necessário para a quantificação dos sortimentos de toras. Isso é possível por meio dos modelos de afilamento. Os modelos generalizados de afilamento, além da inclusão de variáveis do povoamento, podem contar com a inclusão de um diâmetro superior localizado no fuste como variável preditora. O avanço das tecnologias aplicadas ao inventário florestal, como o uso de dendrômetros ópticos ou varreduras terrestres à laser, tem colaboração importante para obtenção dessa informação.

Além da quantificação dos produtos que o povoamento gera, é importante o acompanhamento do crescimento das árvores ao longo dos anos. Os modelos de crescimento em área basal do povoamento são utilizados para este fim. A forma simultânea da modelagem permite obter informações sobre a predição e projeção do crescimento em área basal de um povoamento florestal. A inclusão de fatores que afetam o crescimento é utilizada para obter equações generalizadas que contemplem diferentes regiões, clones, climas, dentre outros. A homogeneidade entre as árvores de um talhão é um dos fatores que afeta o crescimento e embora tenha impacto confirmado na produtividade, não tem sido considerada na modelagem do crescimento. Quanto maior é a diferença entre as árvores de um povoamento, maior é o desbalanceamento de utilização de recursos disponíveis. Em outras palavras, com o aumento da heterogeneidade, as árvores dominantes tendem a utilizar maior parte dos recursos disponíveis e as árvores suprimidas, em consequência, se desenvolvem pouco e podem até mesmo não sobreviver.

Devido a isso, o controle da competição entre as árvores é fundamental para regular o desenvolvimento do povoamento ao longo dos anos. Os diagramas de densidade do manejo do povoamento são utilizados para este controle. A partir do conhecimento sobre a densidade máxima que um povoamento sustenta, limites podem ser gerados para representar momentos importantes do manejo florestal, como por exemplo, o fechamento do dossel e o início da mortalidade dependente da densidade (autodesbaste). Esses limites ilustrados no diagrama, em conjunto com as informações de crescimento em área basal do povoamento e diâmetro médio quadrático, permitem entender a relação entre o desenvolvimento dos povoamentos submetidos à diferentes condições de densidade inicial e desbaste.

Essa tese foi desenvolvida com dados de povoamentos de *Pinus taeda*, plantados em Santa Catarina, Brasil. Os dados trazem informações raras no Brasil, de povoamentos conduzidos com diferentes densidades de plantio e intensidades de desbaste, ao longo de, aproximadamente, 30 anos. Além disso, a metodologia de desbaste utilizada (desbaste pelo alto) é rara no país. A tese foi estruturada em duas partes. A primeira parte contém a introdução geral e a revisão de literatura. A segunda parte contém 4 artigos. Nos artigos 1, 2 e 3, foram desenvolvidos, respectivamente, modelos generalizados de altura total, afilamento e crescimento em área basal. No artigo 4, foi desenvolvido um diagrama de densidade de manejo do povoamento e as trajetórias de crescimento de diferentes tratamentos ao longo do tempo foram analisadas.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Histórico e manejo dos povoamentos de pinus no sul do Brasil

O gênero pinus chegou ao Brasil pelo Serviço Florestal do Estado de São Paulo em 1936, com espécies europeias, como o *Pinus pinaster*. No período entre 1947 e 1948, foram introduzidas espécies de pinus do continente americano, como o *Pinus elliottii* e o *Pinus taeda* dos Estados Unidos e o *Pinus radiata* do Chile. Inicialmente todas as espécies foram inseridas utilizando plantios experimentais. Entre os anos de 1955 e 1964, programas grandes de reflorestamentos foram estabelecidos, utilizando as espécies que se destacaram nos experimentos (FUNDAJ, 2019).

Logo em seguida, programas de incentivos fiscais para o reflorestamento no Brasil foram implantados, vigorando entre os anos de 1966 e 1986. Em 1979, estimavam-se, cerca, de 402 mil hectares de florestas plantadas, principalmente com espécies dos gêneros eucalipto e pinus. Entre 1980 e 1986, os incentivos sofreram redução e, em 1986, chegaram ao fim, ocasionando estagnação momentânea da expansão (BACHA, 2008).

Neste período de expressiva importância da expansão de povoamentos florestais, programas de melhoramento genético foram desenvolvidos, visando o estabelecimento do gênero pinus no país. Um exemplo, específico para a espécie *Pinus taeda*, foi o Programa Conjunto de Melhoramento Genético e Produção de Sementes de *Pinus taeda*, envolvendo companhias associadas do sul do Brasil. O programa padronizou um método de seleção de árvores superiores, envolvendo os estados de Santa Catarina, Paraná e São Paulo, em plantios com idade variando de 8 a 23 anos (FONSECA; KAGEYAMA, 1978).

Alguns anos após os programas de incentivos fiscais, a ocorrência de pragas apresentou grande ameaça para os povoamentos de pinus. A vespa da madeira (*Sirex noctilio*) se destacou dentre às demais. Esta praga, inicialmente registrada nos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina, respectivamente em 1988 e 1989, se caracteriza pela introdução de esporos do fungo *Amylostereum areolatum* e uma mucossecção que, em conjunto, são tóxicos à planta e podem ocasionar a morte. Diante da ameaça apresentada, em 1989 foram criados o Fundo Nacional de Controle à Vespa da Madeira (FUNCEMA) e o Programa Nacional de Controle à Vespa da Madeira (PNCVM) que contemplaram intensas pesquisas, a fim de controlar a praga. Com o tempo, a vespa da madeira chegou aos estados do Paraná (1996), São Paulo (2004) e Minas Gerais (2006) (PENTEADO; IEDE; REIS FILHO, 2015) e, desde a sua chegada, é uma praga constante nos povoamentos de pinus do Brasil, sendo a sua população controlada, principalmente, pela

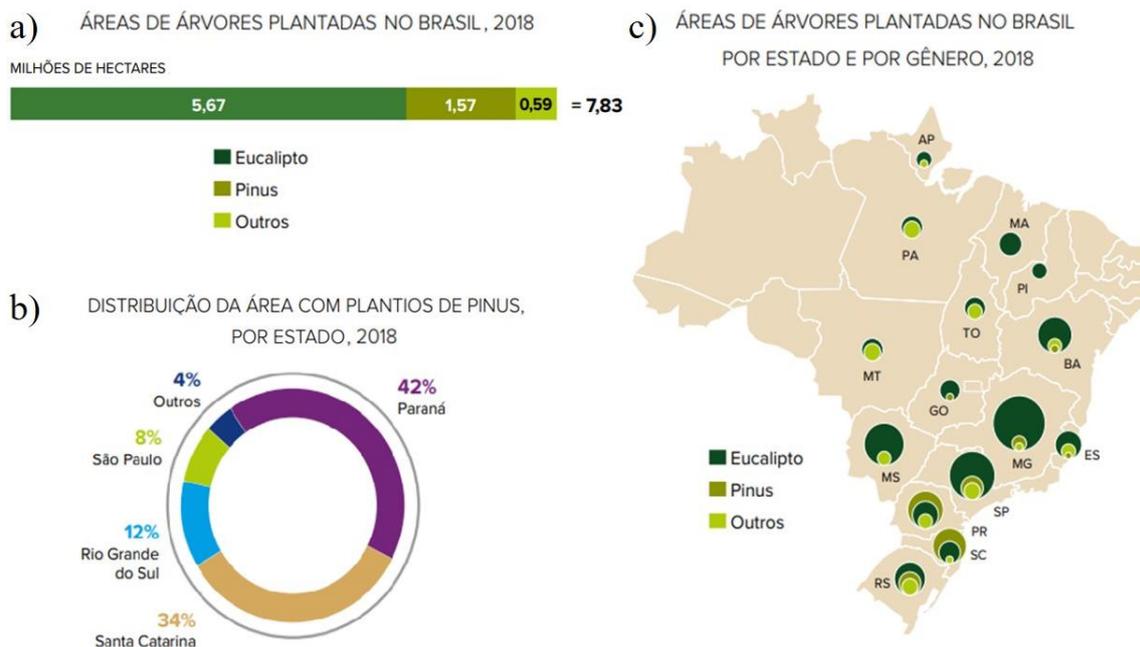
utilização do nematoide *Deladenus siricidicola* (PENTEADO; OLIVEIRA; IEDE, 2016; WILCKEN *et al.*, 2018).

Na primeira metade da década de 1990, quando a maioria dos povoamentos de pinus em escala comercial não havia alcançado a maturidade, a madeira era destinada para a indústria de celulose e papel e para a geração de produtos com baixo valor agregado, como *pallets*. Após a maturação, o uso na indústria de madeiras serradas, indústria de construção civil e indústria de móveis, foi um marco importante no processo de desenvolvimento econômico do setor florestal brasileiro. No final da década de 1990, ocorreu a ampliação da indústria de painéis reconstituídos com intenso processo de modernização, introduzindo a produção de novos produtos ao mercado nacional, como o MDF (*Medium Density Fiberboard*) e o OSB (*Oriented Strand Board*), anteriormente importados de outros países (SHIMIZU, 2008).

Entre os anos 2005 e 2008, os plantios de pinus apresentavam, em média, 1,8 milhões de hectares de florestas plantadas no Brasil (ABRAF, 2009). Com a crise internacional de 2009, a área reduziu para 1,7 milhões de hectares, em 2009 e 2010 e a 1,6 milhões de hectares em 2011. No ano de 2012, a área de plantações de pinus chegou a 1,5 milhões de hectares, sendo esta a média para todos os anos seguintes até 2018. A redução mais notada dos povoamentos de pinus entre 2009 e 2018, foi no estado de Minas Gerais. Os estados do sul do país apresentaram baixa redução nesse período (Paraná e Santa Catarina) e, até mesmo, expansão da área (Rio Grande do Sul) (IBÁ, 2019). A melhor adaptabilidade, da maioria das espécies de pinus, a regiões mais frias, justifica maior concentração deste gênero nos estados do sul do Brasil (BACHA, 2008).

Desde a sua implantação, o gênero pinus se manteve como o segundo mais plantado no Brasil, ficando atrás somente do gênero eucalipto. Em 2018, apresentou 1,57 milhões de hectares plantados, ou seja, aproximadamente 20 % das áreas de povoamentos florestais no país (Figura 1a). Desse total, 88% da área está situada nos estados da região sul do Brasil (Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul), como mostra a Figura 1b. Além disso, também pode ser observado que nos estados do Paraná e Santa Catarina, os plantios de pinus são majoritários em relação aos demais gêneros. Nos demais estados do país com povoamentos florestais, nota-se a predominância de povoamentos com o gênero eucalipto (Figura 1c) (IBÁ, 2019).

Figura 1 – Cenário dos plantios florestais do Brasil, no ano de 2018.



Fonte: Adaptado de IBÁ (2019)

Os plantios de pinus no país, em 2018, apresentaram como principal destinação a indústria madeireira (56 %), seguida pelo setor de celulose e papel de fibras longas (21 %), produção de painéis reconstituídos (15 %) e lenha industrial (8 %). Ao todo, foi estimada a destinação de 49,7 milhões de m³ de madeira provenientes de povoamentos de pinus para estes diferentes setores (IBÁ, 2019).

A condução dos plantios, visando obtenção de madeira para atender múltiplos usos, gera rendas intermediárias ao longo das intervenções e, ao final, um produto com maior qualidade e valor agregado. Isto é possível por meio do manejo intensivo, com desbastes e podas (RETSLAFF *et al.*, 2016). Desbastes são operações de remoção de algumas árvores em um povoamento florestal, a fim de reduzir a competição e favorecer o desenvolvimento das árvores remanescentes. Diversas metodologias podem ser utilizadas na escolha das árvores que serão removidas, de acordo com um objetivo pré-estabelecido (SAVILL; EVANS, 2004). A realização de podas tem impacto direto na melhoria da forma e qualidade dos fustes (LARSON, 1963).

Existe grande número de cenários que podem ser adotados no manejo florestal intensivo, como densidade de plantio, número de desbastes, número de podas, dentre outros (DAVID, 2018). Zhao, Kane e Borders (2012) verificaram que os índices de razão de copa e espaçamento relativo podem ser usados com eficácia na escolha do momento

adequado para realizar os desbastes em povoamentos de *Pinus taeda*, pois a razão de copa indica vigor da árvore e o índice de espaçamento relativo indica o espaçamento médio entre as árvores em razão da capacidade produtiva do local. Os autores destacam os benefícios destes índices e a facilidade de obtenção, necessitando de informações comumente disponíveis nos dados de inventário florestal: número de árvores por hectare, altura dominante da parcela, altura da copa e altura total das árvores.

Acerbi Jr *et al.* (1999) verificaram que a escolha dos regimes de desbaste adequados para povoamentos de *Pinus taeda* depende da produtividade local, representada pelo sítio florestal. Através da simulação de três cenários, os autores identificaram diferentes regimes de manejo para os sítios de maior produtividade (I, II e III), bem como, verificaram que nos sítios de qualidade inferior (IV e V), nenhum regime de manejo testado apresentou lucro.

David *et al.* (2018) simularam 2.916 regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil, envolvendo quatro densidades de plantio e três desbastes com diferentes intensidades, frequências e idades de aplicação. Os autores concluíram que os regimes de manejo com alta densidade inicial foram mais lucrativos, embora tenham produzido menos toras grossas que os povoamentos com menor densidade inicial.

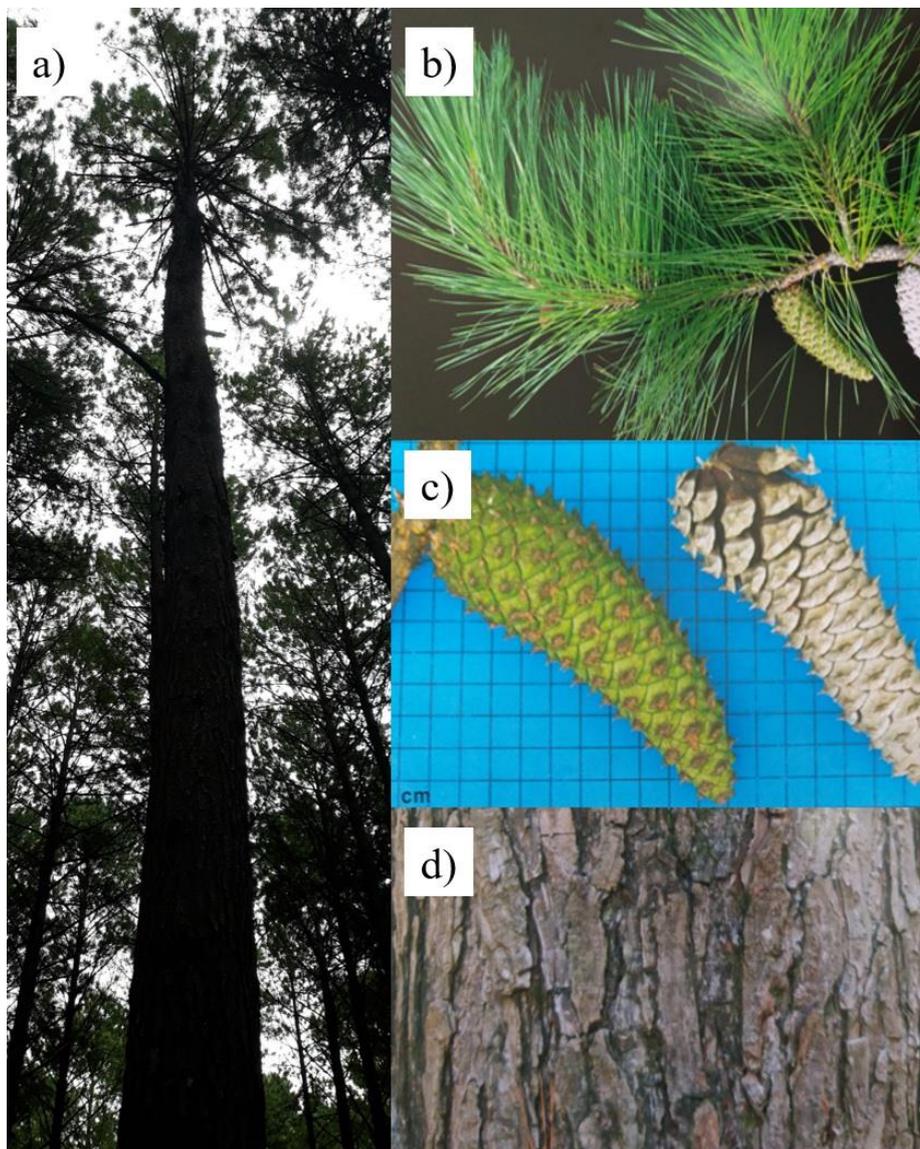
Dobner Jr e Quadros (2019) avaliaram o desempenho econômico de povoamentos de *Pinus taeda*, no estado de Santa Catarina e concluíram que povoamentos submetidos à desbastes e podas, produziram resultado econômico três vezes maior do que povoamentos não desbastados e não podados. Neste estudo, os autores utilizaram plantios desbastados em intensidade média, pesada e extrema. O método de desbaste realizado neste estudo é conhecido como “desbaste por copas” ou “desbaste pelo alto”, detalhado em Dobner Jr (2015).

2.1.1 *Pinus taeda* L.

A espécie *Pinus taeda* L. foi considerada no desenvolvimento desta tese e se destaca como uma das mais utilizadas nos plantios comerciais do Brasil. As árvores desta espécie (Figura 2a) atingem, em média, 25 a 30 metros de altura e podem ser utilizadas para arborização ou plantios florestais. As acículas (Figura 2b), agrupadas em três por fascículo, são rijas, finas, agudas e persistentes por vários anos. Os cones (Figura 2c) são laterais ou quase terminais, decíduos, de escamas alongadas com uma saliência transversal e um espinho triangular, recurvado no ápice. O tronco apresenta casca

marrom-avermelhada (Figura 2d), fendida com cristas escamosas. As sementes com asa, de cor marrom-escura com manchas pretas, são produzidas em abundância (LORENZI *et al.*, 2003).

Figura 2 – Representação da espécie *Pinus taeda*.



a) árvore; b) acículas; c) cones; d) casca do tronco.

Fontes: a) Da autora (2019); b), c), d) Lorenzi *et al.* (2003)

A espécie é natural da região sul dos Estados Unidos, onde recebe o nome popular de “loblolly pine”, pois geralmente era encontrada em áreas úmidas, chamadas de “loblollies”, pelos povos coloniais. A expansão da espécie, antes limitada a pequenas áreas, iniciou nos Estados Unidos na década de 1880, após o abandono de grandes áreas destinadas ao cultivo de algodão. A África do Sul foi pioneira em introduzi-la como

espécie exótica, em 1898. Posteriormente, a espécie foi implantada em outros locais, chegando à América do Sul em 1947 e 1948, juntamente com outras espécies do gênero *pinus* do continente americano (SCHULTZ, 1997).

Geralmente, as árvores do gênero *pinus* se desenvolvem em solos de baixa fertilidade. No entanto, deve-se atentar à diferença entre sobreviver e crescer de forma economicamente viável (SHIMIZU, 2008). As propriedades físicas do solo são importantes para determinar sua fertilidade (LACEY, 1993). Diante disso, duas dentre as propriedades físicas do solo podem ser citadas em relação ao desenvolvimento de árvores de *Pinus taeda*: a) Profundidade do solo: o aumento da profundidade do solo colabora com maior crescimento em diâmetro e altura das árvores (MATOS; KEINERT JR, 2005); b) Textura do solo: solos com textura mais argilosa beneficiam o crescimento das árvores, no entanto, produz madeira com altos teores de extrativos e lignina, traqueídeos curtos e largos, com paredes mais finas e diâmetros do lúmen maiores, ocasionando menor rendimento em celulose do que as árvores conduzidas em solos arenosos (RIGATTO *et al.*, 2004).

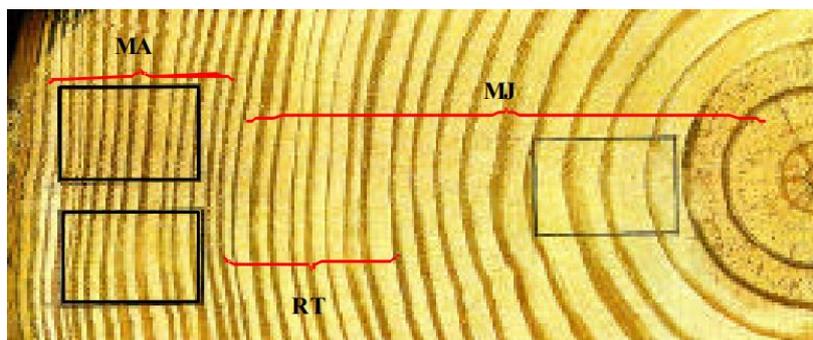
Os povoamentos com esta espécie no Brasil estão situados, majoritariamente, em regiões com temperaturas mais amenas e possíveis ocorrência de geadas. Os planaltos da região sul até o norte do Paraná proporcionam alta produtividade de madeira (SHIMIZU, 2008). Burns e Honkala (1990) relataram um maior crescimento das árvores de *Pinus taeda* em regiões onde a temperatura varia de 17 °C à 27 °C.

Embora todas as espécies de *pinus* apresentem resina, árvores de *Pinus taeda* se caracterizam por apresentar baixo teor de resina, portanto, são mais utilizadas na produção de peças serradas para estruturas, indústria moveleira e indústria de papel e celulose. Ao contrário do *Pinus taeda*, as espécies *Pinus elliottii* e *Pinus caribaea* possuem alto teor de resina com aceitação no mercado (SHIMIZU, 2008).

A espécie possui rápido crescimento, fato que motivou seu uso a nível global (SCHULTZ, 1997). Além das dimensões das árvores, é importante avaliar a qualidade da madeira, definida pela proporção de madeira juvenil e madeira adulta (SHIMIZU, 2008). A madeira juvenil corresponde à parte central do fuste e estende-se da base ao topo da árvore. É uma região com propriedades físicas inferiores à madeira adulta (EVANS; SENFT; GREEN, 2000). Visando a indústria de papel e celulose, a madeira juvenil é excelente, no entanto, é indesejável para produtos que exijam resistência, como no setor da indústria madeireira (SCHULTZ, 1997).

Palma e Ballarin (2003) verificaram que a região de transição (RT), entre a madeira juvenil (MJ) e a madeira adulta (MA), ocorreu entre 12 e 20 anos, para árvores de *Pinus taeda* com 37 anos de idade (Figura 3) e Ballarin e Palma (2003) encontraram densidade média aparente à 12% de umidade entre 0,439 g.cm⁻³ e 0,699 g.cm⁻³ para a madeira juvenil e entre 0,586 g.cm⁻³ e 0,776 g.cm⁻³ para a madeira adulta. Dobner Jr, Huss e Tomazello Filho (2018) avaliaram o comportamento da densidade média aparente à 12% de umidade ao longo do tempo para árvores de *Pinus taeda* com 30 anos de idade, localizadas em povoamentos não desbastados e em povoamentos com diferentes intensidades de desbaste. Em todos os povoamentos, a densidade média aumentou significativamente ao longo do tempo, mas dentro de cada idade, a densidade média dos quatro povoamentos não diferiu. Neste estudo, os autores verificaram que a região de transição ocorreu dos 13 aos 17 anos.

Figura 3 – Seção transversal da tora, representando região de transição (RT) entre madeira juvenil (MJ) e madeira adulta (MA), da espécie de *Pinus taeda*.



Fonte: Palma e Ballarin (2003)

2.2 Modelagem aplicada ao manejo florestal

Os modelos são uma abstração da realidade que visa conceituar os principais relacionamentos dentro de um sistema. Para serem úteis, os modelos devem incluir elementos essenciais do sistema do mundo real que devem ser imitados para atender a algum objetivo de modelagem especificado. Os modelos apresentam vários usos importantes dentro da pesquisa florestal, representando uma ferramenta de grande relevância no manejo florestal (WEIKITTEL *et al.*, 2011).

Este tópico está dividido em quatro subtópicos correspondentes aos artigos 1, 2, 3 e 4 dessa tese, respectivamente. Essa alternativa foi considerada para abordar com maior

profundidade as diferentes técnicas de modelagem e os métodos que podem ser utilizados em cada uma delas, dando foco aos procedimentos utilizados nos artigos.

2.2.1 Modelos hipsométricos generalizados

A altura total é a distância linear do nível do solo até a ponta superior da copa da árvore, através de seu eixo principal. O registro da altura total é preferível à altura comercial em amostras de parcelas permanentes, quando as medidas de crescimento de árvores são baseadas em medições periódicas das mesmas árvores (TÉO *et al.*, 2017). Esta é a medida de altura mais utilizada, mais objetiva e menos sujeita a erros (BATISTA; COUTO; SILVA FILHO, 2014).

Geralmente, a altura total é medida indiretamente com instrumentos hipsométricos, baseados em medidas de ângulo e distância (MAYRINCK *et al.*, 2016). Essa medição, em comparação com a obtenção do diâmetro, é uma atividade onerosa, podendo acarretar erros. Por isso, são mensuradas apenas parte das alturas em povoamentos florestais (ANDERSEN; REUTEBUCH; MCGAUGHEY, 2006; MENDONÇA; CHAVES; CALEGARIO, 2015). No Brasil o inventário de campo de povoamentos comerciais geralmente defende a medição das alturas de 5 a 15 árvores (mais a altura das árvores dominantes), a partir de parcelas com um total de 20 a 80 árvores (GUIMARÃES *et al.*, 2009; MOREIRA *et al.*, 2015).

Modelos baseados na relação entre diâmetro e altura, chamada relação hipsométrica, são utilizados como ferramenta para reduzir os custos e o tempo de operação (FERRAZ FILHO *et al.*, 2018). Esse tipo de modelo é usado como parâmetro de entrada de modelos ou sistemas de apoio à decisão no planejamento do manejo florestal e para estimar modelos de volume, índice de sítio e crescimento e produção (SHARMA; BREIDENBACH, 2015).

A relação hipsométrica é sensível e influenciada por fatores, como posição sociológica, qualidade do local, idade, densidade, tratamentos silviculturais e características das espécies (BARROS *et al.*, 2002; BARTOSZECK *et al.*, 2004; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009). Por isso, em muitas situações, são desenvolvidas equações locais para cada parcela amostral do inventário florestal (BARROS *et al.*, 2002; TÉO *et al.*, 2017).

A degeneração dessa relação altura-diâmetro afeta negativamente o desenvolvimento dos modelos e pode ser ocasionada por diversos fatores, entre eles:

povoamentos mal formados ou mal conduzidos, povoamentos clonais e povoamentos desbastados. Esse fato acarreta a diminuição da correlação entre a altura e o diâmetro, em alguns casos tornando-a inexistente. Em povoamentos mal conduzidos haverá diferentes alturas para um mesmo diâmetro e diferentes valores de diâmetro para uma mesma altura (SCOLFORO, 2005). Já os desbastes, propiciam que o crescimento em diâmetro permaneça em detrimento ao crescimento em altura, de modo que, essa tendência fica mais óbvia à medida que a intensidade dos desbastes aumenta (DENG *et al.*, 2019). Por outro lado, em povoamentos com idade avançada, o aumento da idade faz com que a altura tenda a estagnar, enquanto o incremento em diâmetro continua aumentando (MARZILIANO; TOGNETTI; LOMBARDI, 2019).

A degeneração da relação hipsométrica está relacionada à dependência por ajustes locais, considerando condições específicas, como ajuste por parcela do inventário florestal (RIBEIRO *et al.*, 2010). Para solucionar esse problema uma alternativa é utilizar modelos generalizados, desenvolvendo uma equação única para todo conjunto de dados. Isto é possível por meio da inclusão de variáveis do povoamento no modelo (ADAME; DEL RÍO; CAÑELLAS, 2008; BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020). Enquanto os modelos hipsométricos simples utilizam o diâmetro como única variável independente e não conseguem se adaptar aos diversos ambientes de crescimento, apresentando precisão relativamente baixa (MAMOUN; ZEIN; MUGIRA, 2013), modelos hipsométricos generalizados podem ser aplicados em condições similares a nível regional (SÁNCHEZ-GONZÁLEZ; CAÑELLAS; MONTERO, 2007).

Adame, Río e Cañellas (2008) utilizaram 24.627 pares de altura-diâmetro de *Quercus pyrenaica*, obtidos em 950 parcelas do Inventário Florestal Nacional Espanhol, para desenvolver um modelo hipsométrico generalizado. Estes dados abrangem seis estratos biogeoclimáticos diferentes. Os autores testaram a inclusão das variáveis de densidade do povoamento, diâmetro médio quadrático, diâmetro médio aritmético, altura dominante e área basal para gerar um modelo regional. As duas últimas (altura dominante e área basal) foram selecionadas e o modelo generalizado, com efeitos mistos, foi gerado.

Sharma e Parton (2007), além da altura dominante e área basal, também incluíram a densidade para generalizar o modelo hipsométrico. Os autores trabalharam com dados de oito espécies, contidas em parcelas permanentes de inventário florestal no norte de Ontário, Canadá. O modelo generalizado desenvolvido apresentou efeitos fixos e aleatórios, da mesma forma que o estudo anterior. Na equação hipsométrica generalizada

desenvolvida por Bronisz e Mehtätalo (2020), as variáveis diâmetro médio quadrático e área basal foram incluídas. Os autores utilizaram dados de 80 povoamentos de *Betula pendula*, localizados no centro da Polônia. A abordagem dos efeitos mistos também foi considerada neste estudo.

Levando em base esses estudos, foram consideradas duas questões para o desenvolvimento dos modelos generalizados. Primeiramente, as variáveis do povoamento que iriam ser incluídas no modelo foram avaliadas e, depois, alguns parâmetros do modelo fixo foram aleatorizados, gerando os modelos de efeitos mistos (ADAME; RÍO; CAÑELLAS, 2008; SHARMA; PARTON, 2007; BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020). Essas duas etapas serão abordadas na sequência neste tópico da revisão.

A inclusão das variáveis deve ser feita com cautela para os modelos apresentarem característica biológica. Diferentes métodos podem ser empregados na seleção de variáveis dos modelos lineares. Esse é um processo importante a fim de reduzir o número de preditores, tornando o modelo mais parcimonioso e interpretável (FARJAT *et al.* 2015).

Barros *et al.* (2002) utilizou o método *Stepwise* para selecionar as variáveis de um modelo hipsométrico generalizado. Os autores utilizaram dados de povoamentos de *Pinus oocarpa*, localizados no estado de São Paulo, Brasil. Os dados contemplaram diferentes idades e número de aplicação de desbastes. O método *Stepwise* tem sido utilizado na modelagem linear também para outros objetivos dentro do contexto florestal, como seleção de potências em modelos de afilamento em povoamentos de *Pinus taeda* (ASSIS *et al.* 2002) e *Khaya ivorensis* (OLIVEIRA, 2017) e seleção de variáveis em modelos de probabilidade de sobrevivência, para *Pinus taeda* (FIORENTIN *et al.* 2020).

Além do procedimento *Stepwise*, Fiorentin *et al.* (2020) testaram diferentes técnicas de seleção de variáveis para formular o modelo. O procedimento *Stepwise* foi considerado juntamente com a rede elástica, com os métodos penalizados, *Lasso* e *Ridge*. Os autores verificaram que o procedimento *Stepwise* forneceu o melhor ajuste.

De forma contrária, o *Lasso* foi superior ao método *Stepwise* no estudo de Farjat *et al.* (2015). Os autores desenvolveram um modelo hipsométrico generalizado, para prever os efeitos das mudanças climáticas no crescimento em altura, de famílias de *Pinus taeda*, no sudeste dos Estados Unidos. Para selecionar as variáveis do modelo, os autores utilizaram o procedimento *Stepwise*, em combinação com a regressão dos mínimos quadrados ordinários e a regressão penalizada de *Ridge*. Utilizaram também, a

regressão penalizada *Lasso* combinada ao algoritmo *Lars*. Dentre estes, a regressão *Lasso* apresentou o modelo mais parcimonioso, pois resultou em menor número de preditores, mantendo, essencialmente, o mesmo poder preditivo.

Farjat *et al.* (2015) apresentaram também uma explicação detalhada sobre a diferença na forma de obtenção dos coeficientes estimados desses três tipos de regressão. Os mínimos quadrados ordinários (*MQO*) visam reduzir a soma dos resíduos quadrados (1) para obter os coeficientes estimados. A regressão *Ridge*, além da redução da soma dos resíduos quadrados, impõe uma penalização para minimizar a soma dos coeficientes quadrados (2), encolhendo os parâmetros. A regressão *Lasso* possui aparência próxima à regressão *Ridge* (3), a diferença é vista no tipo de penalização dos coeficientes. A penalização é dada pela soma dos valores absolutos dos coeficientes, de modo que, além de encolher os parâmetros, alguns podem receber o valor zero e serem excluídos do modelo, tornando este um método de seleção de variáveis. No *MQO* e *Ridge*, a seleção de variáveis deve ser realizada em combinação com algum outro método, como o *Stepwise*.

$$\hat{\beta}_{MQO} = \text{Min} \sum (y - \hat{y})^2 \quad (1)$$

$$\hat{\beta}_{Ridge} = \text{Min} \{ \sum (y - \hat{y})^2 + \lambda \sum \beta_i^2 \} \quad (2)$$

$$\hat{\beta}_{Lasso} = \text{Min} \{ \sum (y - \hat{y})^2 + \lambda \sum |\beta_i| \} \quad (3)$$

onde $\hat{\beta}_{MQO}$, $\hat{\beta}_{Ridge}$ e $\hat{\beta}_{Lasso}$ corresponde ao vetor de coeficientes estimados das regressões *MQO*, *Ridge* e *Lasso*, respectivamente; Min é a função de minimizar; y são os valores observados da variável dependente do modelo; \hat{y} são os valores estimados do modelo; λ é o parâmetro de penalização dos coeficientes; β_i é o i -ésimo coeficiente do modelo; $\lambda \sum \beta_i^2$ é a penalização *Ridge*, conhecida como penalização L2; $\lambda \sum |\beta_i|$ é a penalização *Lasso*, conhecida como penalização L1.

O método *Lasso* corresponde ao termo em inglês *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* e foi Proposto Tibshirani (1996). Este método depende de um algoritmo para encontrar uma solução, pois os coeficientes estimados não podem ser expressos em uma solução fechada, como na regressão de *MQO* e *Ridge*. O cálculo da solução *Lasso* é um problema de programação quadrática e pode ser resolvido pelo algoritmo *Lars*.

O algoritmo LARS (*Least Angle Regression*) pode funcionar seguindo os passos: a) inicia com todos os coeficientes com valor nulo; b) encontra o preditor mais correlacionado com a variável de interesse; c) aumenta o valor do seu coeficiente, na direção do sinal de sua correlação com a variável dependente, até encontrar outro preditor tão correlacionado com o resíduo atual como o anterior; d) nesse ponto, aumenta o conjunto dos coeficientes dos preditores pré-selecionados, na direção dos mínimos quadrados até que algum outro tenha tanta correlação com o resíduo atual como os anteriores; e) realiza esse procedimento até todos os estimadores entrarem no modelo; f) o processo termina quando a solução de mínimos quadrados é encontrada (ALTOÉ, 2017).

Além da seleção de variáveis preditoras do modelo, outra etapa importante é a formulação de modelos mistos. O modelo com efeitos mistos é uma técnica capaz de acoplar efeitos fixos e efeitos aleatórios. Os efeitos fixos são associados à população, enquanto os efeitos aleatórios são associados a grupos específicos, como unidades amostrais e tratamentos. Ao associar os efeitos aleatórios a observações de um mesmo nível de classificação, os modelos de efeitos mistos representam de maneira flexível a estrutura de covariância induzida pelo agrupamento dos dados entre e intraindividual, presente em dados de características longitudinais. No componente intraindividual, uma mudança longitudinal entre as observações de um indivíduo é descrita pelo modelo de regressão com intercepto e inclinação populacional. Já entre indivíduos ocorre a variação no intercepto e inclinação individual (PINHEIRO; BATES, 2000).

Ao estruturar um modelo misto, a escolha de variáveis com potencial para ser consideradas aleatórias, exige certa experiência. A decisão sobre considerar um fator como fixo ou aleatório é dependente da variação dos efeitos (variáveis) em relação aos indivíduos ou unidades amostrais. Ou seja, qualquer efeito (variável), que não seja constante para todos os indivíduos ou unidades amostrais, pode ser considerado aleatório (MCCULLOCH; SEARLE, 2001).

Os modelos mistos também ajudam a lidar com o problema de multicolinearidade entre as variáveis do povoamento (CASTEDO DORADO *et al.*, 2006; CRECENTE-CAMPO *et al.*, 2010) e permitem modelar a variabilidade detectada para fenômenos específicos entre diferentes locais após definir uma estrutura funcional fixa comum (LINDSTROM; BATES, 1990). Essa característica torna os modelos de efeitos mistos mais eficientes quando é necessária uma predição para um novo conjunto de indivíduos,

quando informações prévias estão disponíveis (TRINCADO; VANDERSCHAAF; BURKHART, 2007). Além disso, o uso desses modelos permite estimar a variação no intercepto e a taxa de mudança ao longo do tempo (FAUSTO, 2008).

O modelo linear misto é descrito por McCulloch e Searle (2001), matricialmente, como (4):

$$y = X\hat{\beta} + Z\hat{u} + \varepsilon \quad (4)$$

onde, y é o vetor de dados observados; X é a matriz de incidência dos efeitos fixos; $\hat{\beta}$ é o vetor de efeitos fixos estimados; Z é a matriz de incidência dos efeitos aleatórios; \hat{u} é o vetor de efeitos aleatórios estimados; ε = vetor de erros aleatórios.

A calibração de efeitos mistos para descrever a relação hipsométrica, relacionado à variação dentro e entre parcelas, possibilita realizar estimativas precisas e mais realistas com a medição apenas de alguns pares de altura- diâmetro. Essa base de dados reduzida, utilizada na calibração dos modelos, é conhecida como subamostra e pode ser obtida por diferentes métodos (BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020).

Lynch, Holley e Stevenson (2005), utilizaram modelos mistos para prever altura de *Quercus pagoda* em nos Estados Unidos. Mesmo não utilizando a inclusão de variáveis do povoamento, os autores verificaram grande melhoria no modelo após a calibração em uma base de dados não utilizada no ajuste. Para realizar a calibração, apenas 33 dados de pares de diâmetro e altura foram utilizados. Crecente-Campo *et al.* (2010) analisaram povoamentos de *Eucalyptus globulus*, no noroeste da Espanha. A calibração pôde ser realizada medindo apenas a altura das três árvores menores por parcela, embora o modelo também exija altura dominante em sua implementação.

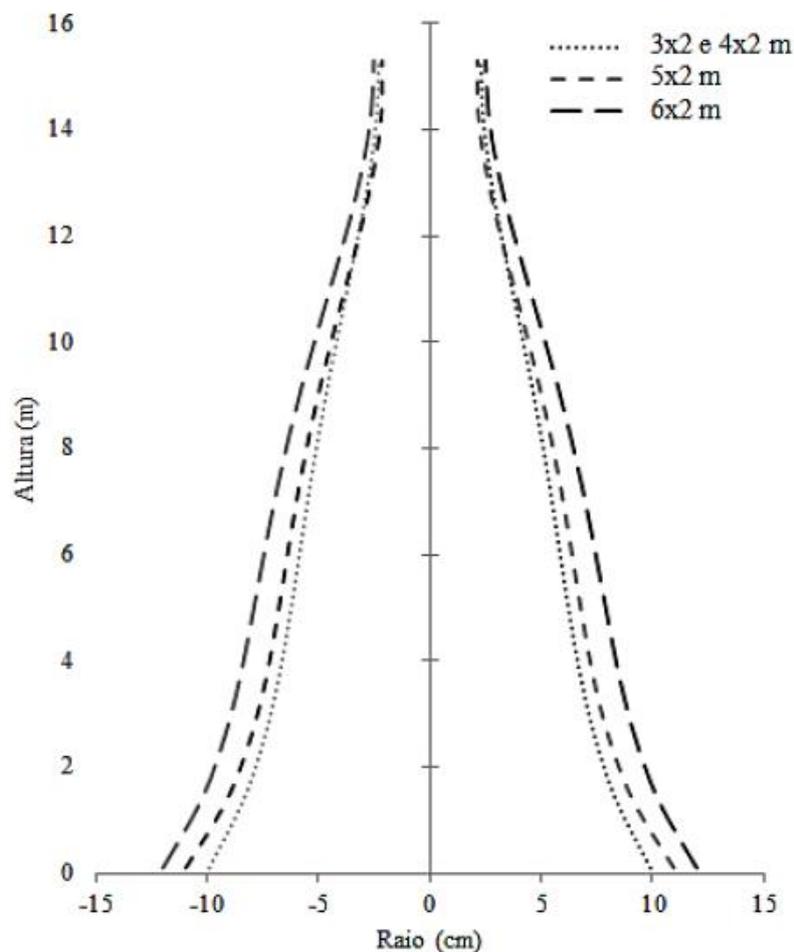
Neste tópico, foi apresentado que o desenvolvimento de modelos hipsométricos generalizados têm se apresentado uma alternativa viável e eficaz para prever a variável altura total, evitando a degeneração da relação altura- diâmetro, quando aplicada em condições locais. Além disso, técnicas de inclusão de variáveis e modelagem mista são eficientes no desenvolvimento e melhoria dessa categoria de modelos. Quando se deseja aplicar o modelo em uma nova base de dados, a calibração dos efeitos aleatórios é desejada e pode ser obtida com a coleta de uma subamostra (LYNCH; HOLLEY; STEVENSON, 2005; CRECENTE-CAMPO *et al.* 2010; BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020).

2.2.2 Modelos de afilamento generalizados

Estudar o comportamento do afilamento e da forma do fuste de uma árvore é imprescindível para o desenvolvimento de modelos que visam estimar volume, sendo esta uma das variáveis mais importantes para os manejadores florestais (BALDWIN JR *et al.*, 2000). O afilamento e a forma do fuste, embora muitas vezes considerados sinônimos, apresentam conotações distintas no contexto florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012). O afilamento do fuste pode ser definido como a taxa de decréscimo em diâmetro que ocorre da base para o topo da árvore (NEWNHAM, 1965). Em relação ao afilamento, as árvores podem ser classificadas como “árvores de forma mais cônica ou mais afilada”, quando há maior taxa de afilamento e “árvores de forma menos cônica ou menos afilada” para aquelas com menor taxa de afilamento (VAN LAAR; AKÇA, 2007).

Um exemplo do afilamento do fuste e o efeito que ele sofre sob diferentes espaçamentos está representado na Figura 4 (VENDRUSCOLO *et al.*, 2016). Os autores deste estudo utilizaram dados correspondentes a árvores de *Tectona grandis*, aos 16 anos de idade, submetidos a quatro espaçamentos de plantio: 3 x 2 m², 4 x 2 m², 5 x 2 m² e 6 x 2 m². A análise visual da Figura 4 confirma a teoria expressa em Van Laar e Akça (2007), de que a taxa de afilamento do fuste é intimamente ligada à densidade do povoamento, de modo que, o aumento do espaçamento entre as árvores, reduz a competição, acelera o crescimento e aumenta a taxa de afilamento, resultando em árvores mais cônicas.

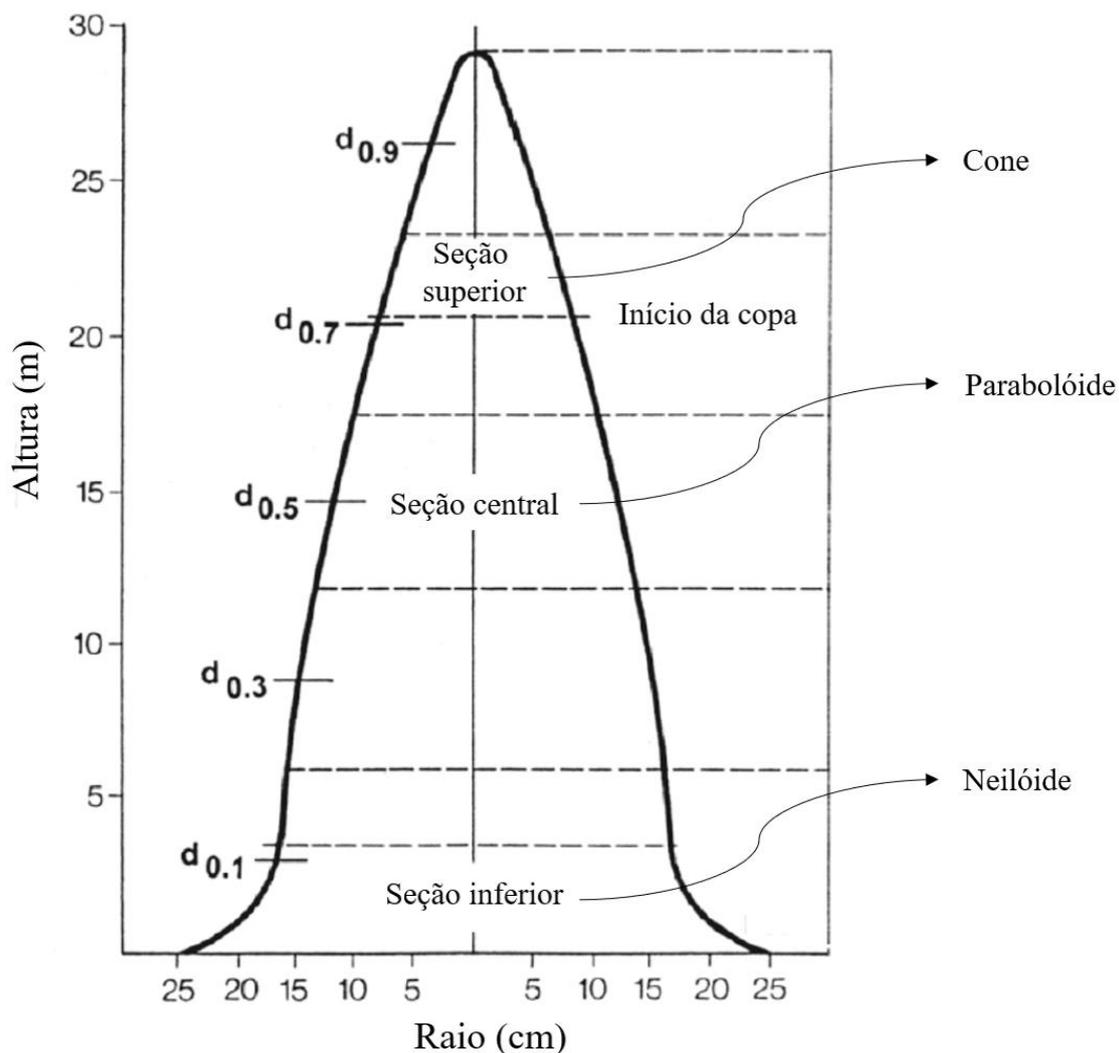
Figura 4 – Exemplo de efeito da densidade no afilamento da árvore.



Fonte: Vendruscolo *et al.* (2016)

A forma do fuste pode ser definida como as diferentes formas que o fuste pode apresentar, da base ao topo da árvore (BURKHART; TOMÉ, 2012). Uma das alternativas para considerar as formas presentes ao longo do fuste de uma árvore, é a divisão em três seções com formas distintas (Figura 5). A seção inferior, que vai da base à aproximadamente 10% da altura total da árvore, se assemelha a uma parábola denominada neilóide. É nesta seção que estão as maiores deformações do fuste, devido à função de sustentação da árvore. A seção central se assemelha a um parabolóide, sendo caracterizada por ser a parte menos cônica do fuste. Por fim, a seção superior, apresenta uma taxa de afilamento mais intensa, assemelhando-se a uma forma de cone (VAN LAAR; AKÇA, 2007). No entanto, Husch, Miller e Beers (1982) e Finger (1992) alertam que algumas partes do fuste das árvores, podem se assemelhar a formas geométricas intermediárias a estas.

Figura 5 – Seções e formas geométricas do fuste de uma árvore.



Fonte: Adaptado de Van Laar e Akça (2007)

A dificuldade em definir os pontos onde iniciam ou terminam as formas geométricas presentes nos fustes e as diferentes taxas de afilamento correspondentes a estas, inviabilizam a obtenção do volume das árvores por meio do cálculo dos sólidos geométricos. Uma alternativa amplamente aplicada para solucionar esta questão é a cubagem rigorosa. Esta prática, baseada em diferentes métodos, segmenta o fuste em seções curtas e obtém o volume destas seções. Ao final, a somatória do volume destas seções é realizada, resultando no volume da árvore individual (SCOLFORO; THIERSCH, 2004).

O afilamento e a forma do fuste são afetados por diversos fatores, que podem gerar árvores mais ou menos afiladas e com diferentes graus de semelhanças aos sólidos de

revolução neiloide, parabolóide e cone (SOARES; NETO; SOUZA, 2011). Alguns destes fatores são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 – Fatores que afetam a forma e afilamento do fuste.

Fator	Descrição	Referências
Espaçamento	Espaçamentos mais amplos contribuem na geração de fustes mais cônicos em comparação a menores espaçamentos.	(BALDWIN JR <i>et al.</i> , 2000; VENDRUSCOLO <i>et al.</i> , 2016)
Tamanho da copa	Copas com maiores tamanhos contribuem na geração de fustes mais cônicos em comparação a copas de menores tamanhos.	(LARSON, 1963).
Qualidade do sítio	Sítios florestais menos produtivos contribuem para a geração de fustes mais cônicos em comparação a sítios florestais mais produtivos.	(FIGUEIREDO FILHO, 1991)
Idade	Idades mais jovens contribuem para a geração de fustes mais cônicos em comparação a idades mais avançadas.	(FRIEDL, 1989)
Desbaste	Desbastes contribuem para a geração de fustes mais cônicos em comparação àqueles obtidos em povoamentos não desbastados.	(NEWNHAM, 1965).
Características genéticas	Diferentes espécies e clones apresentam diferenças quanto à forma e afilamento do fuste, geralmente, quanto maior a taxa de crescimento das árvores, maior a conicidade do fuste.	(SOARES; NETO; SOUZA, 2011).

Considerando os diversos fatores que podem afetar a forma e o afilamento e a grande necessidade destas informações, para o conhecimento dos multiprodutos que podem ser obtidos ao longo do fuste de uma árvore, o desenvolvimento de modelos que descrevam o perfil do fuste é imprescindível (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982). Estes modelos são conhecidos como funções de afilamento ou, no inglês, “taper functions”. Weiskittel *et al.* (2011) alegam que apesar da maior complexidade destas funções em relação aos modelos de volume, elas são preferíveis, pois conseguem representar a forma do fuste e fornecer estimativas do volume total e de volumes comerciais em diferentes alturas e diâmetros ao longo do fuste.

As funções de afilamento, de acordo com Burkhart e Tomé (2012), são classificadas em três categorias: i) funções simples: quando um único modelo representa todo o fuste da árvore, como as desenvolvidas por Schöepfer (1966) e Hradetzky (1976); ii) funções segmentadas: quando o modelo possui submodelos interligados para descrever as diferentes formas do fuste da árvore, como as desenvolvidas por Max e Burkhart (1976) e Demaerschalk e Kozak (1977) e; iii) funções de expoentes variáveis, quando um único modelo representa todo o fuste da árvore, mas os expoentes descrevem a forma inferior (neilóide), intermediária (paraboloide) e superior (cônica) do fuste, como as desenvolvidas por Kozak (1988) e Kozak (2004).

As funções de afilamento simples estão presentes em muitos estudos no Brasil. Utilizando a espécie *Pinus elliottii*, Scolforo *et al.* (1998) verificaram que as equações geradas pelo polinômio de quinto grau (SCHÖEPFER, 1966) e pelo polinômio de potências inteiras e fracionárias (HRADETZKY, 1976), estiveram entre as três mais acuradas na estimativa do diâmetro ao longo do fuste e Téó *et al.* (2013) verificaram que o polinômio de potências inteiras e fracionárias foi o mais acurado na estimativa de diâmetros ao longo do fuste e o polinômio de quinto grau foi mais acurado na estimativa de volumes comerciais. Assis *et al.* (2002), avaliaram três modelos em dados de *Pinus taeda*, com idade variando de 16 a 21 anos. Os autores concluíram que o polinômio de potências inteiras e fracionárias apresentou estimativas acuradas de diâmetros e volumes comerciais, diferente do polinômio de quinto grau, que apresentou baixa acuracidade.

Queiroz *et al.* (2008) utilizaram árvores de bracatinga (*Mimosa scabrella*), variando de 6 a 19 anos e concluíram que o modelo de potências inteiras e fracionárias foi o mais acurados para estimativa de volume, em quase todas as classes de idade. Oliveira (2017) utilizou quatro funções de afilamento simples para descrever o

comportamento dos diâmetros e volumes ao longo do fuste de árvores de *Khaya ivorensis*, em idade próxima ao primeiro desbaste e idade próxima ao corte final. O polinômio do quinto grau foi o mais acurado, nas duas idades analisadas.

Utilizando dados de espécies florestais da Amazônia Mato-grossense (*Goupia glabra*, *Qualea albiflora*, *Trattinnickia burseraefolia*, *Erisma uncinatam* e *Mezilaurus itauba*), Lissanova *et al.* (2013) testaram quatro funções de afilamento simples e uma função de afilamento segmentada. A equação que apresentou maior acurácia foi a função de afilamento simples de Demaerschalk (1972) adaptado por Moura (1994). O polinômio de quinto grau e o polinômio de potências inteiras e fracionárias apresentaram acuracidade até certa altura, mas demonstraram dificuldade na estimativa de diâmetros das seções superiores do fuste.

Devido às diferentes formas ao longo do fuste (VAN LAAR; AKÇA, 2007), as funções segmentadas ou de expoentes variáveis podem gerar resultados superiores aos modelos simples, como foi visto no estudo de Müller *et al.* (2014). Os autores compararam seis modelos de afilamento, utilizando dados de *Eucalyptus grandis* e *Acacia mangium*, com 10 anos de idade, estabelecidas em um sistema silvipastoril, no estado de Minas Gerais. Eles concluíram que a abordagem segmentada foi superior, sendo o modelo de Max e Burkhardt (1976) recomendado para as árvores de *Eucalyptus grandis* e o modelo de Parresol *et al.* (1987) para as árvores de *Acacia mangium*. Souza *et al.* (2008) avaliaram três modelos segmentados e também consideraram o modelo de Max e Burkhardt (1976) como o mais acurado em dados de *Eucalyptus* sp., com idade de 16 anos. Figueiredo Filho *et al.* (1996) avaliaram cinco modelos, utilizando dados de *Pinus taeda* com idades variando de 5 a 13 anos. O modelo segmentado de Clark *et al.* (1991), na maioria dos ajustes, foi o que apresentou maior acurácia nas estimativas de diâmetros e volumes comerciais.

A terceira classificação, relacionada às funções de expoentes variáveis, é uma das mais pesquisadas devido às estimativas precisas e com baixo viés. Rojo *et al.* (2005) testaram 31 modelos, utilizando dados de *Pinus pinaster* na Espanha. Para prosseguir com as análises, selecionaram os seis melhores modelos e verificaram que a maioria (quatro) eram funções de expoentes variáveis, enquanto apenas um era modelo segmentado e um modelo simples. Pukkala, Hanssen e Kjell (2019) utilizaram três funções de expoentes variáveis, utilizando árvores de *Picea abies* e obtiveram resultados precisos.

Li e Weiskittel (2010) testaram 10 modelos de afilamento, utilizando árvores das espécies *Abies balsamea*, *Picea rubens* e *Pinus strobus* na América do Norte. Os resultados mostraram três equações de expoentes variáveis foram superiores às demais nas estimativas de diâmetros ao longo do fuste. Além disso, os autores verificaram que a incorporação de variáveis de copa melhorou substancialmente as estimativas de volume ao longo do fuste. A identificação de alguns fatores que afetam a forma e o afilamento dos fustes e a incorporação destes na modelagem podem melhorar as estimativas e permitir uma abordagem generalizada de ajuste (GOMAT *et al.* 2011).

Considerando dados de árvores da espécie *Larix gmelinii*, coletados nas montanhas de Greater Khingan, na China, Liu *et al.* (2020a) verificaram que a inclusão das variáveis de idade e grau de estocagem do povoamento foram expressivas na melhoria das funções de afilamento de expoentes variáveis. Considerando os mesmos dados, Liu *et al.* (2020b) também verificaram que a incorporação das variáveis climáticas que expressam a temperatura média anual e a precipitação média anual melhoraram o desempenho da função de expoente variável utilizada.

A incorporação de um diâmetro superior do fuste como variável preditora também pode ser considerada e está ganhando cada vez mais destaque com o avanço tecnológico dos dendrômetros a laser (NICOLETTI *et al.*, 2012) e varreduras a laser (PESCK *et al.*, 2019). No entanto, Rodil, Aranda e Burkhart (2017) alertam sobre os cuidados que devem ser tomados na coleta dos dados, a fim que erros desta categoria não sejam incorporados aos modelos.

Diferentes metodologias podem ser utilizadas para calibrar os modelos com o uso de diâmetros superiores (CAO; WANG, 2015; SABATIA; BURKHART, 2015), como informações adicionais para localizar funções de afilamento do fuste na abordagem de efeitos mistos (TRINCADO; BURKHART, 2006) ou como a restrição algébrica, que força as funções a passarem por um ou mais pontos especificados (CAO, 2009).

A metodologia da restrição algébrica pode ser utilizada, por exemplo, para forçar a atribuição do valor zero ao diâmetro correspondente à ponta da árvore (ZHAO; KANE, 2017; SCOLFORO *et al.* 2018a; SCOLFORO *et al.* 2018b). Como proposto inicialmente por Cao (2009), a restrição pode ser aplicada para impor que a função passe somente pelo diâmetro à altura do peito (dap) ou passe pelo dap e por um diâmetro superior pré-determinado no fuste (CAO, 2009). Rodil, Aranda e Burkhart (2017), restringiram a

função para passar apenas no diâmetro superior pré-determinado, alegando que o dap já está incluído como preditor nas funções de afilamento.

Neste tópico, foi apresentado que modelos generalizados desenvolvidos para prever o afilamento, podem não apenas contar com a inclusão de variáveis do povoamento, mas também com a inserção de um diâmetro superior que trará a característica aleatória ao modelo, visto que este é um valor específico por árvore (LIU *et al.*, 2020a; LIU *et al.*, 2020b; RODIL; ARANDA; BURKHART, 2017).

2.2.3 A Modelagem de crescimento em área basal do povoamento e a homogeneidade

O crescimento é o mais importante fenômeno na floresta, seja da árvore ou do povoamento, e consiste no alongamento e engrossamento das raízes, troncos e galhos, influenciando seu peso, volume e forma (SCOLFORO, 1998). É dado em um determinado período e é influenciado pelas características do ambiente, tais como: fatores genéticos da espécie, climáticos, edáficos e competição com outras plantas e animais (FINGER, 1992; PRODAN *et al.*, 1997).

Modelar o crescimento das florestas tem grande importância no planejamento florestal. Os modelos são uma abstração da realidade que tenta conceituar os principais relacionamentos de um sistema e geralmente têm usos importantes e variados. O gerenciamento de florestas para uma infinidade de produtos e serviços ecossistêmicos exige modelos confiáveis de crescimento de árvores e da dinâmica do povoamento, que incorporem uma gama de opções de silvicultura e utilização (WEISKITTEL *et al.*, 2011). Esses modelos de crescimento e produção variam em um grau de complexidade, aos dados utilizados, construção e resolução espacial / temporal.

Os modelos de crescimento e produção são classificados em três tipos: empíricos, baseados em processos e híbridos. Os modelos empíricos utilizam dados comumente coletados nos inventários florestais, para descrever a taxa de crescimento como uma função de regressão. Os modelos baseados em processos se derivam de um conjunto de componentes funcionais e suas interações entre si, descrevendo ou simulando o crescimento em vários processos de interação, como fotossíntese, respiração, decomposição e ciclagem de nutrientes. Os modelos híbridos são uma combinação dos modelos empíricos e dos modelos baseados em processo (SUN *et al.*, 2007).

Sun *et al.* (2007) apresentaram uma revisão de literatura com os conceitos e aplicações voltadas às modelagens empírica, baseada em processos e híbrida no

desenvolvimento de modelos de crescimento em área basal do povoamento. No entanto, neste tópico foi dada ênfase aos modelos empíricos, pois foi a abordagem utilizada no artigo 3 desta tese.

Os modelos empíricos são classificados em três tipos: (i) sistema de produção explícita ou modelos em nível de povoamento, em que, as soluções das equações ou da equação fornecem estimativas globais por unidade de área; (ii) sistemas de produção implícita, ou modelos de distribuição diamétrica, que fornecem informações mais detalhadas do povoamento e (iii) modelos de árvores individuais. Nos modelos de povoamento, as variáveis mais comuns são a idade, o sítio e uma medida qualquer de densidade. Para os modelos por classe diamétrica, devem-se agregar variáveis como, por exemplo, o diâmetro mínimo, diâmetro máximo e o diâmetro médio quadrático. Além das variáveis listadas, para os modelos de árvores individuais tornam-se fundamentais os índices de competição entre as árvores (CLUTTER *et al.*, 1983).

A simplicidade e robustez dos modelos empíricos no nível de povoamento, no entanto, caracteriza vantagens deste em relação aos demais níveis. Essa alternativa requer um menor número de informações como entrada para o modelo e resulta em simulações precisas e com ampla utilização no manejo florestal. Além disso, as variáveis de entrada são de fácil obtenção e, geralmente, constam no inventário florestal convencional (PENG *et al.*, 2000).

Exemplos de modelagem da área basal do povoamento podem ser encontrados na literatura. Lam e Guan (2020) utilizaram dados de povoamentos de *Cryptomeria japonica*, com quatro densidades de plantio, em Taiwan. Os autores aplicaram efeitos mistos ao modelo não linear de Gompertz e obtiveram estimativas de área basal para cada densidade, em função da idade do povoamento. Trilleras e Aguirre (2020) utilizaram povoamentos não desbastados e desbastados de *Eucalyptus tereticornis* na Colômbia. Os autores compararam nove modelos de crescimento em área basal e concluíram que a equação mais acurada para os povoamentos não desbastados, utilizou as covariáveis: idade, densidade e altura dominante. Para os povoamentos desbastados, os autores concluíram que a área basal foi melhor explicada por um índice de competição, dependente da idade e altura dominante do povoamento.

Assim como abordado nos tópicos 2.2.1 e 2.2.2 desta revisão, a inclusão de fatores que afetam a variável dependente do modelo é desejável e acarreta melhorias nas estimativas. Para os modelos de crescimento em área basal, a inclusão de variáveis com

grande impacto no crescimento futuro do povoamento vem sendo observada, como por exemplo, a inclusão de fatores ambientais (MONTES, 2012; SCOLFORO *et al.*, 2019).

Montes (2012) considerou a inclusão de informações climáticas mensais (variação de temperatura) em um sistema de equações diferenciais. Os autores utilizaram dados de *Pinus taeda*, no sul dos Estados Unidos. Scolforo *et al.* (2019) incluíram um fator de disponibilidade hídrica, na composição de um sistema de crescimento e produção. Os autores utilizaram dados de povoamentos de eucalipto, com clones pertencentes a quatro famílias genéticas, plantados em diferentes regiões do Brasil.

Apesar da qualidade silvicultural também apresentar grande impacto no desenvolvimento e produtividade de um povoamento (CAMPOE *et al.*, 2013; HAKAMADA *et al.* 2015; SUN *et al.* 2018), faltam modelos que quantifiquem esse efeito.

Hakamada *et al.* (2015) realizaram um estudo com dados de clones de eucalipto localizados em três estados no Brasil. Os autores verificaram que apesar dos indivíduos clonais possuírem a mesma capacidade de crescimento, falhas silviculturais afetaram o fornecimento parcial ou heterogêneo dos recursos, resultando em perdas de uniformidade. Por fim, concluíram que os povoamentos com maior uniformidade na fase inicial apresentaram maior produtividade por unidade de área ao final da rotação.

Sun *et al.* (2018) mostraram que o aumento da heterogeneidade está estritamente relacionado à uma menor produtividade em nível de povoamento em plantações de *Sassafras tzumu* na China. Os autores verificaram que a desigualdade de tamanho entre as árvores do povoamento, aumentou com a idade, densidade de plantio e qualidade do sítio. Este aumento da desigualdade de tamanho provocou redução na taxa de produtividade do povoamento, de forma ainda mais expressiva, após o início do autodesbaste.

A competição pelos recursos do ambiente gera a dominância de algumas árvores em relação às outras. As árvores dominantes têm taxas desproporcionalmente mais altas de aquisição de recursos do que as árvores suprimidas e, geralmente, usam o recurso de forma mais eficiente (BINKLEY *et al.*, 2013; LE MAIRE *et al.*, 2013).

Campoe *et al.* (2013) observaram maior produção nas árvores dominantes (as 20% maiores) em comparação às não dominantes (as 20% menores), utilizando dados de eucalipto. As árvores não dominantes apresentaram, em média, 10,6 kg de biomassa seca da madeira do fuste (174,4 kg a menos que as dominantes). Associando as informações

dos dois grupos, as árvores não dominantes continham apenas 7,2% da área foliar em relação às árvores maiores e absorveram apenas 6,7% da quantidade de luz que as árvores maiores absorveram.

Desta maneira, é importante a inclusão de uma variável que representa a heterogeneidade nos modelos de crescimento e produção. A inserção dos diâmetros, localizados nos percentis utilizados para o ajuste de uma função de distribuição e probabilidade, pode ser considerada para representar a homogeneidade do povoamento (MCTAGUE; BAILEY, 1987).

Isso é possível porque esses diâmetros fornecem uma ideia de distribuição diamétrica do povoamento, o que permite analisar que uma curva de distribuição de diâmetro mais estreita e alta, indica povoamento mais homogêneo, com maior taxa de crescimento das árvores. De modo contrário, quando a curva de distribuição de diâmetro é mais ampla e achatada, a desigualdade entre as árvores aumenta, devido à supressão das árvores maiores sobre as árvores menores (MCTAGUE; BAILEY, 1987).

Neste tópico, foi apresentada a importância dos modelos de crescimento em área basal e como a inclusão de variáveis preditoras podem melhorar as estimativas. Uma informação sugerida para inclusão, nessa tese, foi a homogeneidade do povoamento, por essa ser comprovadamente relevante na produtividade (WEISKITTEL *et al.*, 2011; HAKAMADA *et al.* 2015; SUN *et al.* 2018).

2.2.4 Modelagem da densidade máxima de manejo e diagrama de densidade de manejo

A produção da floresta está associada à quantidade de radiação solar interceptada pela copa e pela eficiência com que a radiação absorvida é transformada em biomassa. Essa eficiência é influenciada pela disponibilidade de espaço, água e nutrientes. A quantidade com que esses recursos estão disponíveis e as interações entre os indivíduos arbóreos interferem no nível adequado de desenvolvimento da floresta (BINKLEY *et al.*, 2013; SANTANA *et al.*, 2008). Campoe *et al.* (2013) observaram maior eficiência no uso da luminosidade das 20% maiores árvores em relação às 20% menores árvores do povoamento.

No processo de crescimento, à medida que cada árvore cresce, há maior necessidade de espaço para o desenvolvimento da copa, raízes e fuste. Nos povoamentos, a área útil de uma árvore pode ser limitada pelas árvores vizinhas, gerando competição

entre copas e raízes, o que afeta o crescimento em diâmetro (HILEY, 1959). O desenvolvimento das árvores ocorre em virtude de questões relacionadas a características genéticas, dimensões iniciais, incidências de pragas e doenças, qualidade da muda e recursos disponíveis que permitem o crescimento acelerado, com consequente ocupação de maior dominância entre espaço de crescimento e supressão de algumas árvores vizinhas (HARRINGTON; HARRINGTON; DEBELL, 2009).

A mortalidade das árvores é um processo natural, chamado de autodesbaste, cujo princípio é mais facilmente descrito como a mudança temporal no número de árvores e acontece em florestas equiâneas ou inequiâneas. À medida que as árvores crescem em tamanho com a idade, um espaço de crescimento finito é ocupado progressivamente por menos árvores. Isso acontece, porque a capacidade de competir por recursos de algumas árvores é menor, sendo assim, conforme as florestas aproximam-se do número limite de árvores de certo tamanho elas morrem com aumento da competição e supressão (JOHNSON; SHIFLEY; ROGERS, 2002).

Neste contexto, de acordo com Schneider e Schneider (2008) a densidade de um povoamento é caracterizada como o grau de aproveitamento do solo, água, luz, nutrientes e CO₂ pelas árvores. A representação pode ser de diversas maneiras: área basal, volume, número de árvores e/ou superfície das copas por unidade de área. Porém, para Spurr (1952) é mais efetivo que a densidade seja expressa pelo número de árvores por unidade de área combinado com uma variável que indique o desenvolvimento do povoamento como, por exemplo, o diâmetro médio ou altura dominante.

A área basal do povoamento, obtida pela soma das áreas transversais de todos os indivíduos presentes em uma determinada área, é uma medida informativa da densidade do povoamento e expressa, satisfatoriamente, os níveis de capacidade máxima de estoque do povoamento, porque integra o efeito do diâmetro e do número de árvores em um povoamento (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Existem inúmeras alternativas de mensuração da densidade do povoamento, tais como, fator de competição de copas, razão altura-raio e relação espaço-altura (CLUTTER *et al.*, 1983). Uma outra opção é o conceito sobre autodesbaste, adotando um modelo que representa o limite de densidade de um povoamento, sendo, normalmente, constituído por um coeficiente de inclinação constante e invariável dentre as espécies, sítios e idades (YODA *et al.*, 1963).

A exemplo, Yoda *et al.* (1963) formularam a lei da potência de valor $-3/2$, que

descreve a proporção máxima do número médio de árvores pelo tamanho, para uma determinada espécie, em que a mortalidade é dependente da densidade. A razão máxima entre o número de árvores e seu tamanho tem idêntica taxa de crescimento para todos os locais, e o autodesbaste deve ocorrer quando as árvores ocuparem completamente o sítio. Já Tang, Meng e Meng (1994) ampliaram a teoria do autodesbaste para povoamentos em densidade completa e subestocados, considerado a lei como um caso especial no modelo, pois permite obter para um diâmetro qualquer a densidade e a produção.

A fim de conhecer o crescimento das florestas é comum o uso do Índice de Densidade do Povoamento (IDP ou SDI - *Stand Density Index*) que reflete quantitativamente o grau ocupação de árvores de uma determinada área. Esse fato pode ser diretamente associado ao crescimento de cada árvore e à população como um todo (AVERY; BURKHART, 1994). O índice foi elaborado por Reineke (1933) ao avaliar dados de inventário de povoamentos florestais de 14 espécies, sendo 13 coníferas. O autor percebeu que a curva que representava a densidade máxima de plantas (N), para todos os diâmetros quadráticos médios (Dg), era fortemente inclinada em menores Dg, suavizando a inclinação com o aumento da dimensão radial das plantas.

Em povoamentos onde a densidade é completa (superestocados), a relação entre o diâmetro médio quadrático das árvores e o número de árvores por unidade de área é linear, em uma escala de duplo logaritmo. O autor considerou que os parâmetros da equação são independentes da idade e do sítio e, por isso, podem ser empregados para estimar a densidade da população em função do diâmetro médio. Para ele, ao transpor para uma escala logarítmica a relação entre o número de árvores por unidade de área e o diâmetro médio quadrático (5), em povoamentos com densidade completa, tem-se uma linha reta, com um valor constante do coeficiente angular (β_1), o qual para muitas espécies está em torno de -1,605, mas o intercepto (β_0) pode diferir com a espécie ou local (YANG; BURKHART, 2017). Reineke (1933) trabalhou com 14 espécies, das quais 12 delas tiveram o coeficiente β_1 igual a -1,605.

$$\ln N = \beta_0 + \beta_1 \ln Dg \quad (5)$$

onde N é o número de árvores/ ha; Dg é o diâmetro médio quadrático; $\beta_{i's}$ são os coeficientes do modelo.

Para facilitar a comparação dos índices de densidade do povoamento (IDP) é utilizado o número de árvores com base no diâmetro médio quadrático de 25 cm (diâmetro padrão), equivalente a 10 polegadas no sistema inglês de medidas (TÉO *et al.*, 2008).

Povoamentos da mesma espécie em habitat diferentes tendem a limites de densidades diferentes, mas a tendência será sempre semelhante. Deste modo, são geradas linhas em relação aos índices de densidade de povoamento, com limites paralelos e proporcionais, para os diferentes níveis de árvores por unidade de área (PRODAN *et al.*, 1997).

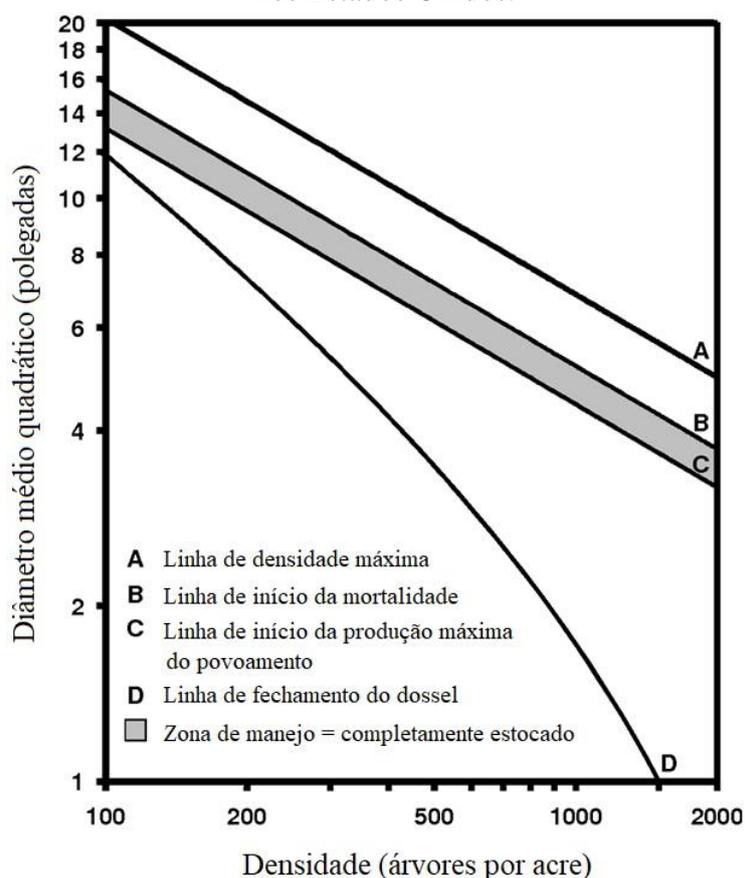
Yang e Burkhart (2017) definem como a relação máxima de densidade de tamanho um limite ou “trade-off” máximo entre o número de árvores por unidade de área e o tamanho médio das árvores que podem ser sustentadas em um determinado povoamento. Para obter essa informação os autores utilizaram o modelo de densidade de Reineke, a regra de competição e densidade de Kira e o índice de Nilson. Essas medidas também foram utilizadas na obtenção de estimativas implícitas da área basal máxima do povoamento.

Para o planejamento do manejo e monitoramento do povoamento florestal quanto à sua densidade e o número e intensidade de desbastes convenientes, o controle da competição pode ser realizado com o Diagrama de Manejo da Densidade (DMD) (SCHNEIDER *et al.*, 2009). Essa técnica é baseada na teoria do autodesbaste e descreve por meio de um gráfico a relação entre a área basal, o número de árvores por hectare e o diâmetro médio, incluindo curvas de referência para diferentes sítios (GEZAN; ORTEGA; ANDENMATTEN, 2007).

Os dendrogramas são baseados na curva de área basal máxima, e a partir desta, os níveis de densidade são calculados por proporção (GEZAN; ORTEGA; ANDENMATTEN, 2007). A área basal máxima é calculada com o número máximo de árvores por hectare e um diâmetro quadrático de referência, gerando assim a curva máxima à qual corresponde a máxima ocupação do local, onde o IDP é máximo (SCHNEIDER *et al.*, 2009). Possuir informações sobre as densidades máximas médias dos povoamentos permite estabelecer sobre os DMD as chamadas zonas de manejo. Estas zonas de manejo se constituem em faixas de densidades relativas nas quais se deve gerenciar (manejar) o povoamento para alcançar os objetivos de produção (CHAUCHARD; OLALDE, 2004). Estas zonas são definidas como uma porcentagem das densidades máximas médias (SAUNDERS; PUETTMANN, 2000).

O DMD pode ser representado em diferentes formas. Saunders e Puettmann (2000) propuseram um diagrama com 4 linhas (A, B, C e D), as quais indicam a ocupação do sítio (Figura 6). A linha A representa a máxima densidade, quando o sítio está 100% ocupado. A linha B representa o início da mortalidade por competição. Já a linha C indica o momento em que o povoamento florestal está em máxima produtividade e a linha D o fechamento do dossel. Essas curvas são inseridas em um diagrama que relaciona o dg (eixo y) e densidade (eixo x) com comportamento linear com exceção da linha D (SAUNDERS; PUETTMANN, 2000).

Figura 6 – Diagrama de densidade de manejo (DMD) desenvolvido para *Picea glauca* nos Estados Unidos.



Fonte: Adaptado de Saunders e Puettmann (2000)

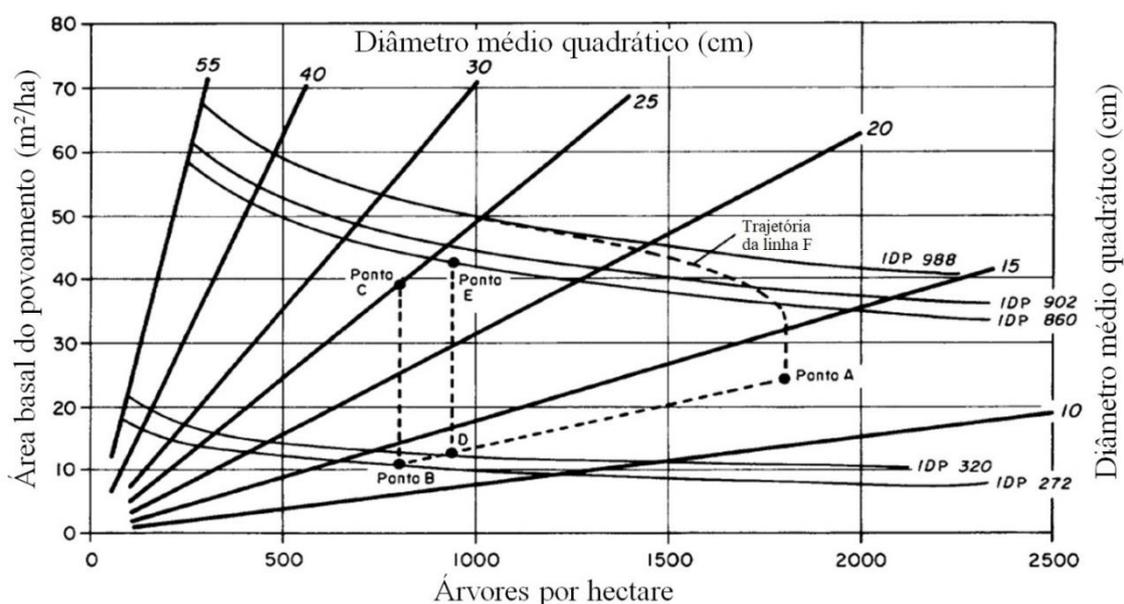
Segundo (SCHNEIDER, 2008), entre as linhas B-C, encontra-se a condição ótima de manejo em que se consegue o estoque completo. Já o intervalo entre as linhas A-B indica a condição em que o povoamento está superestocado, e abaixo da linha C a condição em que o povoamento está subestocado com baixo aproveitamento do sítio.

Harrington (1997), em estudo com *Pinus taeda*, encontrou que o fechamento do dossel (linha D da Figura 6), tem seu início a aproximadamente 25% do IDP (índice de densidade do povoamento - linha A) e, entre 50 e 55% do IDP, começa a ocorrer o autodesbaste. O autor também definiu que a faixa de manejo do povoamento, ou seja, ponto em que devem ser aplicados os tratos silviculturais de desbaste situa-se entre 30 e 45% do IDP.

Uma outra forma de utilizar o DMD é dividindo-o em três linhas. Nesse caso, foi estabelecido o uso de 40%, 55% e 100% do IDP para determinar limites no diagrama de densidade de manejo, respectivamente, fechamento do dossel, início do autodesbaste e densidade máxima do povoamento (WILLIAMS, 1994).

Em outro estudo, McTague e Patton (1989) utilizaram diferentes porcentagens do IDP, obtido pelo modelo de densidade do povoamento de Reineke quando o diâmetro médio quadrático corresponde à 25,4 cm, para determinar a zona de cobertura térmica mínima no verão para os alces (Figura 7). Os autores utilizaram um diagrama de densidade de manejo do povoamento, relacionando diâmetro médio quadrático, área basal do povoamento e número de árvores por hectare.

Figura 7 - Diagrama de densidade de manejo (DMD) com análise de rotas de desbaste visando cobertura mínima de dossel para alces.



Fonte: Adaptado de McTague e Patton (1989).

Simulações de trajetórias foram inseridas no DMD (Figura 7), demonstrando possíveis relações entre o crescimento de povoamentos não desbastados e desbastados. Os autores consideraram a trajetória de três alternativas, partindo do ponto A (povoamento com um diâmetro médio quadrático de 13 cm e 1.800 árvores/ha), até alcançar um diâmetro médio quadrático de 25 cm. As alternativas foram um desbaste mais intenso, um desbaste menos intenso e uma trajetória sem desbastes (MCTAGUE; PATTON, 1989).

No desbaste mais intenso, o tamanho futuro da árvore foi alcançado da seguinte forma: o povoamento foi reduzido do ponto A para o ponto B (797 árvores/ha). Como não houve mortalidade provocada pelo autodesbaste, o povoamento atingiu um diâmetro médio quadrático de 25 cm e permaneceu abaixo do IDP de manejo de limite superior de 860 (ponto C). No desbaste menos intenso, considerando a operação de desbaste for restrita à orientação mínima para a cobertura de alces (IDP de 320), o povoamento foi desbastado do ponto A ao ponto D (938 árvores/ha). Assumindo que não haja mortalidade, esse povoamento atingirá o IDP de manejo de limite superior de 860 e um diâmetro médio abaixo da meta de 25 cm (ponto E). Neste caso, seria necessária uma operação adicional de desbaste durante o período de crescimento do ponto D ao ponto E para atingir a meta de 25 cm e permanecer abaixo da zona de manejo do limite superior. Se o povoamento não fosse desbastado e permanecesse intocado por incêndios naturais, seguiria a linha de trajetória de autodesbaste F para atingir o diâmetro médio do povoamento de 25 cm (MCTAGUE; PATTON, 1989).

O DMD pode ser empregado sem restrição e com segurança na estimativa dos volumes por hectare, bem como ser utilizado para realizar prognose da produção em volume, área basal, diâmetro médio e número de árvores, para o estabelecimento de estratégias de manejo, com a finalidade de planejamento florestal (SCHNEIDER et al., 2009). A importância de conhecer o crescimento, a dinâmica de copa, mortalidade de árvores, entre outros aspectos interessantes para o manejador estão fortemente associados ao número de árvores e suas dimensões, especialmente seu diâmetro (POSSATO *et al.*, 2016).

Neste tópico, foi apresentada a importância das medidas de densidade máxima do povoamento e como o IDP pode ser utilizado para a composição dos DMD, possibilitando a regulação do povoamento a um estoque abaixo do limite de autodesbaste (MCTAGUE; PATTON, 1989; YANG; BURKHART, 2017).

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Base de dados

Os dados utilizados foram coletados no município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina, sul do Brasil (lat. 27°59'33''S, long. 50°54'16''W). O clima da região é temperado úmido com verão temperado (Cfb), caracterizado pela ausência de estação seca, temperatura média máxima de 22°C, temperatura média inferior a 10°C em pelo menos 4 meses ao longo do ano e ocorrência de 2 a 29 geadas por ano (EMBRAPA, 1998; ALVARES et al., 2013; DOBNER JR, 2013). Os solos são do tipo Neossolo Litólico, Latossolo Bruno e Nitossolo Háplico (OLIVEIRA, 2012).

A vegetação original do local é a Floresta Ombrófila Mista, também conhecida como Floresta de Araucárias. Esta foi removida por corte raso para instalação dos experimentos de *Pinus taeda*. Os experimentos foram projetados e estabelecidos na década de 1980 pelo Prof. Dr. Jürgen Huss, da Uni-Freiburg, na Alemanha.

Dois experimentos foram utilizados no desenvolvimento dessa tese, o primeiro é conhecido como Prefeito e o segundo como Pedras Brancas. O experimento denominado Prefeito foi utilizado nos artigos 1, 3 e 4. Trata-se de um experimento fatorial 3x3 com duas repetições, totalizando 18 parcelas (Figura 1). O experimento denominado Pedras Brancas foi utilizado no artigo 2 e é caracterizado por 4 tratamentos com duas repetições, totalizando 8 parcelas (Figura 2). As parcelas foram estabelecidas com ~ 2.000 m², com área útil de ~ 1.000 m².

Figura 1 – Experimento Prefeito, estabelecido em esquema fatorial 3x3 com duas repetições, com os fatores desbaste e densidade inicial.

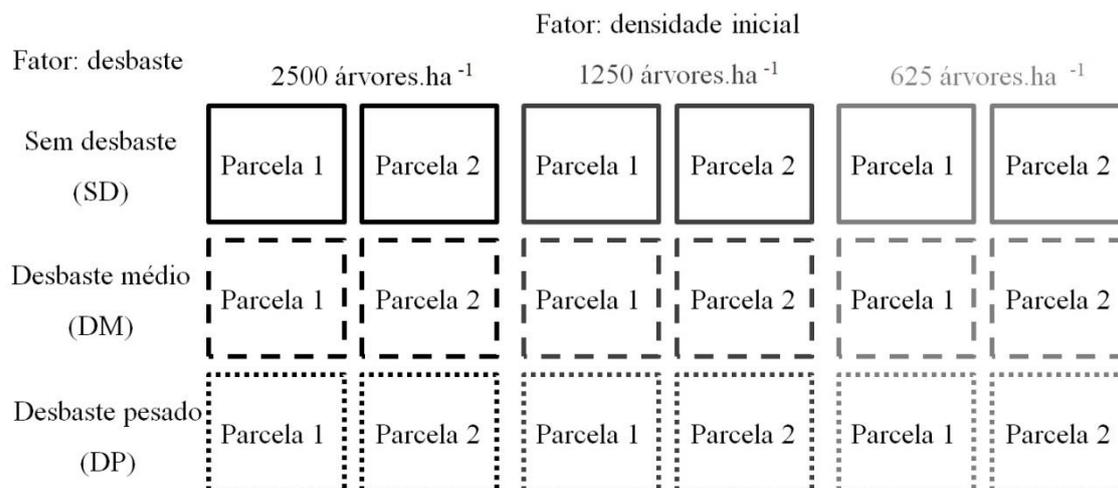
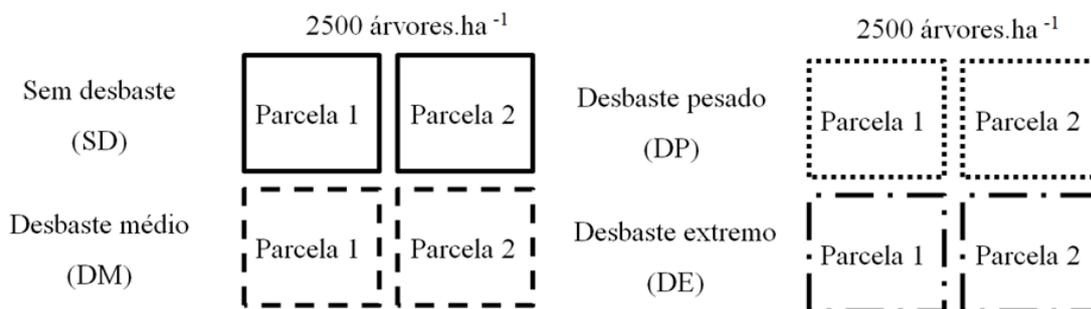


Figura 2 – Experimento Pedras Brancas, estabelecido em densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹ e 4 tratamentos de desbaste com duas repetições.



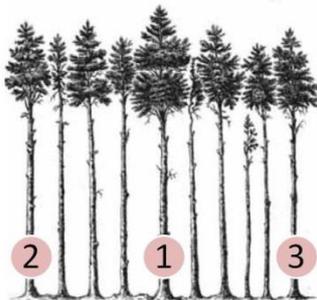
O experimento Prefeito conta com três densidades iniciais (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹), diferente do experimento Pedras Brancas, que conta apenas com a densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹. Ambos foram iniciados na década de 1980. O experimento Prefeito foi instalado em 1984 e está em vigor atualmente e o experimento Pedras Brancas foi instalado em 1981 e finalizado em 2011, quando as árvores estavam com 30 anos de idade. Em relação ao fator desbaste, os dois experimentos contam com parcelas testemunhas (não desbastadas) e parcelas com desbastes realizados em diferentes intensidades ao longo dos anos.

No experimento Prefeito, os tratamentos com desbaste médio apresentaram remoção média de 55% das árvores e os tratamentos com desbaste pesado apresentaram remoção média de 75% das árvores. No experimento Pedras Brancas, a remoção média de árvores foi de 66%, 73% e 88%, respectivamente, para os tratamentos com desbaste médio, desbaste pesado e desbaste extremo.

A metodologia de desbaste considerada nos experimentos é conhecida como “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas” (DOBNER JR, 2015), e pode ser descrita em três etapas: a) seleção de árvores potenciais, caracterizadas por indivíduos dominantes, de boa qualidade e homoganeamente distribuídos no povoamento (Figura 3a); b) seleção de árvores que competem diretamente com as árvores potenciais, caracterizadas por indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais (Figura 3b); remoção das árvores competidoras, selecionadas no passo anterior, propiciando aberturas significativas no dossel do povoamento para desenvolvimento das árvores remanescentes (Figura 3c). Nos dois experimentos, 400 árvores.ha⁻¹ em cada parcela foram selecionadas como potenciais e árvores competidoras foram selecionadas e removidas ao longo do tempo.

Figura 3 – Descrição das três etapas consideradas na metodologia de desbaste pelo alto.

a) Seleção de três árvores potenciais



b) Seleção de árvores concorrentes/competidoras

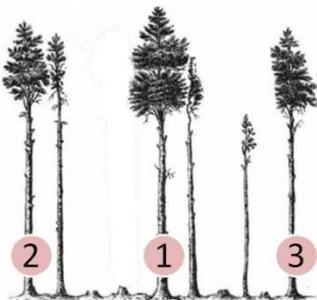
Duas concorrentes da árvore 1

Principal concorrente da árvore potencial 2

Principal concorrente da árvore potencial 3



c) Remoção das árvores concorrentes/competidoras



Fonte: Adaptado de Dobner Jr (2015)

Nos dois experimentos, todas as parcelas com tratamento de desbaste também apresentaram podas. As podas foram realizadas em dois momentos, da seguinte forma: todas as árvores das parcelas foram podadas até 2,5 m de altura aos 5 anos de idade e somente as árvores potenciais selecionadas foram podadas até 6 m de altura aos 7 anos. Na Figura 4 estão representadas algumas árvores provenientes desse manejo que combina o desbaste pelo alto e as podas, na mesma área de estudo, porém fora destes dois experimentos.

Figura 4 – Povoamentos de *Pinus taeda*, desbastados e podados, no município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina.



3.2. Metodologias utilizadas

A descrição detalhada dos métodos utilizados consta no tópico de material e métodos de cada artigo. Os três primeiros artigos foram desenvolvidos focando o desenvolvimento da modelagem com abordagem generalizada e no quarto artigo foi desenvolvido um diagrama de densidade de manejo do povoamento.

4. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os dados utilizados nesse estudo foram obtidos de inventário florestal ao longo dos anos e da cubagem rigorosa de árvores com 30 anos. Os povoamentos de *Pinus taeda* variaram em relação à densidade de plantio e intensidade de desbaste. Nos dois experimentos analisado, povoamentos sem desbaste foram utilizados como testemunha para comparar aos povoamentos desbastados em diferentes intensidades.

No primeiro artigo, a seleção de variáveis do povoamento foi realizada utilizando o método LASSO para obter um modelo hipsométrico generalizado. Parâmetros do modelo foram aleatorizados, proporcionando um modelo generalizado de efeitos mistos. Por fim, foi demonstrada como essa metodologia permite a calibração da equação para utilização em novos dados, por meio de uma pequena amostra de dados.

No segundo artigo, um modelo de afilamento de expoente variável foi utilizado. A variável que representa a posição sociológica das árvores foi incluída no modelo, possibilitando a generalização. Além disso, um diâmetro superior na altura de 6 m do fuste foi adicionado ao modelo por meio de restrição algébrica, acarretando em melhorias nas estimativas, principalmente da parte inferior do fuste, porção caracterizada por maiores dimensões e valor agregado.

No terceiro artigo, um modelo simultâneo (predição e projeção) de crescimento em área basal foi desenvolvido. O modelo traz uma grande novidade em considerar a homogeneidade do povoamento como variável preditora para explicar o crescimento. A homogeneidade foi incorporada por meio de um sistema de modelos que considerou a distribuição diamétrica. Como a forma da distribuição pode revelar se o povoamento está em condições mais homogêneas (curva alta e estreita) ou menos homogêneas (curva baixa e ampla), os diâmetros utilizados para gerar as distribuições foram considerados. Desta forma, o diâmetro no percentil 10 (inserido explicitamente), representou as árvores dominadas e como as mesmas impactam negativamente no crescimento da área basal global e o diâmetro no percentil 63 (inserido implicitamente) considerou a amplitude da distribuição.

No quarto artigo, um diagrama de densidade de manejo do povoamento foi gerado com os limites de fechamento do dossel, início do autodesbaste e densidade máxima do povoamento. Isto possibilitou a análise da trajetória de crescimento das árvores ao longo de 32 anos. As árvores estavam dispostas em povoamentos com três densidades de plantio e com diferentes conduções de manejo: sem desbaste, com desbaste médio e com desbaste

pesado. A análise mostrou que quanto maior a densidade de plantio de um povoamento, mais cedo ocorre a mortalidade ocasionada pelo autodesbaste. Além disso, também foi verificado que a prática de desbastes foi eficiente na regulação do crescimento ao longo dos anos, evitando a mortalidade em alta intensidade provocada pela competição quando a trajetória ultrapassava o limite de início do autodesbaste.

REFERÊNCIAS

- ABRAF. Associação Brasileira de Florestas. **Relatório da ABRAF 2009, ano base 2008**, 2009.
- ACERBI JR, F. W. *et al.* Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 6, p. 699-713, 1999. DOI: 10.1590/S0100-67622002000600007
- ADAME, P.; DEL RÍO; M.; CAÑELLAS, I. A mixed nonlinear height–diameter model for Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 256, p. 88–98, jul, 2008. DOI: 10.1016/j.foreco.2008.04.006.
- ALTOÉ, T. F. **Modelagem e espacialização do estoque de carbono em fragmentos nativos de Minas Gerais em função de fatores edafoclimáticos**. 2017. 130 p. Tese. (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2017.
- ANDERSEN, H.-E., S.E. REUTEBUCH, AND R.J. MCGAUGHEY. A rigorous assessment of tree height measurements obtained using airborne lidar and conventional field methods. **Canadian Journal of Remote Sensing**, Quebec, v. 32, n. 5, p. 355–366, nov, 2006. DOI: 10.5589/m06-030
- ASSIS, A. L. *et al.* Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n.1, p. 89-107, 2002.
- AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 4. ed. New York: McGraw-Hill: 1994.
- BACHA, C. J. C. Análise da evolução do reflorestamento no Brasil. **Revista de Economia Agrícola**, São Paulo, v. 55, n. 2, p. 5-24, 2008.
- BALDWIN JR, V. C. *et al.* The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 38-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 137, p. 91-102, 2000. DOI: 10.1016/S0378-1127(99)00340-0
- BALLARIN, A. W.; PALMA, H. A. L. Propriedades de resistência e rigidez da madeira juvenil e adulta de *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, v.27, n.3, p.371-380, 2003. DOI: 10.1590/S0100-67622003000300014

BARROS, D. *et al.* Comportamento de Modelos Hipsométricos Tradicionais e Genéricos para Plantações de *Pinus oocarpa* em Diferentes Tratamentos. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 0, n. 45, p. 3–28, jul, 2002.

BARTOSZECK, A. C. de P. e S. *et al.* Dinâmica da relação hipsométrica em função da idade, do sítio e da densidade inicial de povoamentos de bracatinga da Região Metropolitana de Curitiba, PR. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 4, p. 517–533, jul/ago, 2004. DOI: 10.1590/s0100-67622004000400006.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do; SILVA FILHO, D. F. da. **Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas**. [S.I:s.n.], São Paulo: Oficina de Textos. 2014

BINKLEY, D. *et al.* Light absorption and use efficiency in forests: Why patterns differ for trees and stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 288, p. 5–13, jan, 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2011.11.002.

BINKLEY, D. *et al.* Twenty years of stand development in pure and mixed stands of *Eucalyptus saligna* and nitrogen-fixing *Facaltaria moluccana*. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 182, n. 1–3, p. 93–102, sep, 2003. DOI: 10.1016/S0378-1127(03)00028-8.

BRONISZ, K.; MEHTÄTALO, L. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 460, p. 117901, mar, 2020. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.117901.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. New York: Springer, 2012.

BURNS, R. M.; HONKALA, B. H. **Silvics of North America: conifers**. Washington, DC: USDA, Forest Service, 1990. v. 1, 675 p. (USDA. For. Serv. Agric. Handbook, 654).

CALAMA, R.; MONTERO, G. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 34, n. 1, p. 150–163, jan, 2004. DOI: 10.1139/x03-199.

CAMPOE, O. C. *et al.* Stem production, light absorption and light use efficiency between

dominant and non-dominant trees of *Eucalyptus grandis* across a productivity gradient in Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, jan, v. 288, p. 14–20, 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2012.07.035.

CAO, Q. V. Calibrating a segmented taper equation with two diameter measurements. **Southern Journal of Applied Forestry**, Oklahoma, v. 33, n. 2, p. 58–61, 2009. DOI: 10.1093/sjaf/33.2.58

CAO, Q. V.; WANG, J. Evaluation of methods for calibrating a tree taper equation. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 2, p. 213–219, 2015. DOI: 10.5849/forsci.14-008

CASTEDO DORADO, F. *et al.* A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 229, n. 1–3, p. 202–213, nov, 2006. DOI: 10.1016/j.foreco.2006.04.028.

CHAUCHARD, L.; OLALDE, F. M. Diagrama de manejo de la densidad de masas de “Pino radiata” en el País Vasco. **Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales**, Palencia, Espana, v. 166, n. 18, p. 161–166, 2004.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for Southern tree species**. Asheville, N. C.: Southeastern Forest Experiment Station, 1991.

CLUTTER, J. L. *et al.* **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983.

CRECENTE-CAMPO, F. *et al.* A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, n. 5, p. 943–952, nov, 2010. DOI: 10.1016/j.foreco.2009.11.036

DAVID, H. C. *et al.* Intensive management for optimizing the production of high-value logs of pine forests in southern Brazil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 3, p. 1303-1316, 2018. DOI: 10.5902/1980509833352

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Lawrence, v. 18, n. 3, p. 241 - 245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The wholebole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, Ottawa, v.7, p. 488-497, 1977.

DENG, C. *et al.* Thinning Effects on the Tree Height – Diameter Allometry of Masson Pine (*Pinus massoniana* Lamb.). Basel, v. 10, n. 12, dec, 2019. Disponível em: DOI: 10.3390/f10121129.

DOBNER JR, M. **Desbaste pelo alto: uma alternativa rentável para povoamentos de Pinus taeda no Sul do Brasil**. Pomerode, SC: Imprensa Mayer, 28 p., 2015. ISBN:978-85-919079-0-8

DOBNER JR, M.; HUSS, J.; TOMAZELLO FILHO, M. Wood density of loblolly pine trees as affected by crown thinnings and harvest age in southern Brazil. **Wood Science and Technology**, Munique, v. 52, n. 2, p. 465–485, Mar, 2018. DOI: 10.1007/s00226-017-0983-9

DOBNER JR, M.; QUADROS, D. S. Economic performance of loblolly pine stands in southern Brazil as a result of different crown thinning intensities. **Revista Árvore**, Viçosa, v.43, n.2, 2019. DOI: 10.1590/1806-90882019000200004

EVANS, J. W.; SENFT, J. F.; GREEN, D. W. Juvenile wood effect in red alder: analysis of physical and mechanical data to delineate juvenile and mature wood zones. **Forest Products Journal**, Washington: USDA, v. 50, n. 7/8, :p. 75-87, July/Aug, 2000.

FARJAT, A. E. *et al.* Modeling Climate Change Effects on the Height Growth of Loblolly Pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 4, p. 703–715, aug., 2015. DOI: 10.5849/forsci.14-075.

FAUSTO, M. A. O modelo de regressão linear misto para dados longitudinais: uma aplicação na análise de dados antropométricos desbalanceados. **Cadernos de Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v. 24, n. 3, p. 513–524, mar, 2008. DOI: 10.1590/S0102-311X2008000300005.

FERRAZ FILHO, A. C. *et al.* Height-diameter models for eucalyptus sp. plantations in Brazil. **Cerne**, Lavras v. 24, n. 1, p. 9–17, 2018. DOI: 10.1590/01047760201824012466.

FERRAZ FILHO, A. C. *et al.* Modeling growth and yield of loblolly pine stands under

intensive management. **Pesquisa Agropecuaria Brasileira**, Brasília, v. 50, n. 8, p. 707–717, ago, 2015. DOI: 10.1590/S0100-204X2015000800009.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* e sua avaliação econômica**. 138 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, n. 1/2, p. 36 - 46, 1996.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de Biometria Florestal**. Santa Maria: Ed. CEPEF-UFSM, 1992. 1 v.

FIORENTIN, L. D. *et al.* Generalized linear models for tree survival in loblolly pine plantations. **Cerne**, Lavras, v. 25, n. 4, p. 347–356, mar, 2019. DOI: 10.1590/01047760201925042649

FONSECA, S. M.; KAGEYAMA, Y. Bases genéticas e metodologia para seleção de árvores superiores de *Pinus taeda*. **IPEF**, Piracicaba, n.17, p.35-59, 1978.

FRIEDL, R. A. **Dinâmica e prognose da forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucarian angustifolia* (Bert.) O. Ktze**. 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

FUNDAJ. Fundação Joaquim Nabuco. **A cultura do pinus: uma perspectiva e uma preocupação**. 2019. Disponível em: <https://www.fundaj.gov.br/index.php/artigos-joao-suassuna/9658-a-cultura-do-pinus-uma-perspectiva-e-uma-preocupacao> Acesso em fevereiro de 2020.

GEZAN, S. A.; ORTEGA, A.; ANDENMATTEN, E. Diagramas de manejo de densidad para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. **Bosque**, Valdivia, v. 28, n. 2, p. 97–105, mar, 2007. DOI: 0.4067/S0717-92002007000200002.

GOMAT, H. Y. *et al.* What factors influence the stem taper of Eucalyptus: growth, environmental conditions, or genetics? **Annals of Forest Science**, Champenoux, v.68, n. 1, p. 109–120, feb, 2011. DOI 10.1007/s13595-011-0012-3.

GUIMARÃES, M. A. M. *et al.* Height-diameter models in forestry with inclusion of

covariates. **Cerne**, Lavras, v. 15, n. 3, p. 313–321, jul/sep., 2009.

HAKAMADA, R. E. *et al.* Uniformidade entre árvores durante uma rotação e sua relação com a produtividade em *Eucalyptus* clonais. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 3, p. 465–472, ago, 2015. DOI: doi.org/10.1590/01047760201521031716.

HARRINGTON, T. B. **Silvicultural approaches for thinning southern pines**: method, intensity and timing. School of Forest Resources, Geórgia, EUA, 1997. Disponível em: <http://gatrees.net/resources/publications/SilviculturalApproaches.pdf>. Acesso em 28 de julho 2020.

HARRINGTON, T. B.; HARRINGTON, C. A.; DEBELL, D. S. Effects of planting spacing and site quality on 25-year growth and mortality relationships of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* var. *menziesii*). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 258, p. 18–25, mar, 2009. DOI: 10.1016/j.foreco.2009.03.039.

HILEY, W. E. **Conifers: South African methods of cultivation**. Lodon: Faber and Faber, p. 123, 1959.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten**. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten). Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B.; MILLER, I. C.; BEERS, T. W. **Forest Mensuration**. New York: J. Wiley, 1982.

IBÁ. Indústria Brasileira de Árvores. **Relatório da IBÁ 2019, ano base 2018**, 2019.

JOHNSON, P. S.; SHIFLEY, S. R.; ROGERS, R. **The Ecology and Silviculture of Oaks**. CABI, New York, p. 544, 2002.

KOZAK, A. Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 28, p. 1078–1083, 1998.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **The Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 4, p. 507-515, july/aug., 2004. DOI: 10.5558 / tfc80507-4.

LACEY, S. T. **Soil deformation and erosion forestry**. Sydney: Forest Commission of New South Wales, 1993. 62 p.

LAM, T. Y.; GUAN, B. T. Modeling stand basal area growth of *Cryptomeria japonica* D. Don under different planting densities in Taiwan. **Journal of Forest Research**, v.25, n.3, p. 174-182, 2020. DOI: 10.1080/13416979.2020.1733171

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science**, Lawrence, v. 1; n. 9(suppl_2):a0001-42.1969, dec, 1963.

LASSANOVA, R. L. *et al.* Avaliação de funções de afilamento para a estimativa de diâmetro de espécies florestais comerciais do bioma amazônico Mato-grossense. **Floresta**, Curitiba, v. 43, n. 2, p. 215-224, 2013. DOI: 10.5380/ufv43i2.26518

LE MAIRE, G. *et al.* Tree and stand light use efficiencies over a full rotation of single- and mixed-species *Eucalyptus grandis* and *Acacia mangium* plantations. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 288, p. 31–42, apr., 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2012.03.005

LI, R.; WEISKITTEL, A.R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Annals of Forest Science**, Champenoux, v. 67, n. 3, 302, aug, 2010. DOI: 10.1051/forest/2009109ff.

LINDSTROM, L. M.; BATES, M. D. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. **Biometrics**, [S. l], v. 46, n. 3, p. 637–687, sep, 1990. DOI: 10.2307 / 2532087

LIU, Y.; *et al.* Tree profile equations are significantly improved when adding tree age and stocking degree: an example for *Larix gmelinii* in the Greater Khingan Mountains of Inner Mongolia, northeast China. **European Journal of Forest Research**, Heidelberg, v. 139, n 3, 443-458, feb, 2020a. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10342-020-01261-z>.

LIU, Y. *et al.* Incorporating climate effects in *Larix gmelinii* improves stem taper models in the Greater Khingan Mountains of Inner Mongolia, northeast China. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 464, 118065, 2020b. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.118065

LOETSCH, F.; HALLER, K. E. **Forest Inventory**. Munchen: BLV, v. 1, 1973.

LORENZI, H.; *et al.* **Árvores Exóticas no Brasil: madeireiras, ornamentais e aromáticas**. Nova Odessa: Instituto Plantarum, 2003.

LYNCH, T. B.; HOLLEY, A. G.; STEVENSON, D. J. A Random-Parameter Height-Dbh Model for Cherrybark Oak. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 29, n. 1, p. 22–26, 2005. DOI: 10.1093/sjaf/29.1.22

MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2009.

MAMOUN, H. E.; ZEIN, A. E.; MUGIRA, M. E.. Height-diameter prediction models for some utilitarian natural tree species. **Journal of Forest and Products**, Washington, v.2, n. 2, p. 31-39, fev., 2013.

MARZILIANO, P. A.; TOGNETTI, R.; LOMBARDI, F. Is tree age or tree size reducing height increment in *Abies alba* Mill. at its southernmost distribution limit? **Annals of Forest Science**, Champenoux, v. 76, n. 1, feb., 2019. DOI: 10.1007/s13595-019-0803-5.

MATOS, J. L. B. de; KEINERT JR, S. **Avaliação de características da madeira de plantios de *Pinus* spp. das áreas da Iguaçú Celulose e Papel S.A.:** Relatório final. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 55 p., 2005.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Lawrence, v. 22, n. 3, p. 283 - 289, 1976.

MAYRINCK, R. C. *et al.* Avaliação de hipsômetros e operadores na mensuração de árvores de *Eucalyptus urograndis* de tamanhos diferentes. **Revista Verde**, v. 11, n. 5, p. 90-94, 2016. DOI: 10.18378/rvads.v11i5.3976

MCCULLOCH, C. E.; SEARLE, S. R. **Generalized, Linear, and Mixed Models**. New York: Wiley Series in Probability and Statistics: 2001.

MCTAGUE, J. P.; BAILEY, R. L. Compatible Basal Area and Diameter Distribution Models for Thinned Loblolly Pine Plantations in Santa Catarina, Brazil. **Forest Science**, Lawrence, v. 33, n. 1, p. 43–51, mar., 1987.

MCTAGUE, J. P.; PATTON, D. R. Stand density index and its application in describing wildlife habitat. **Wildlife Society Bulletin**, Spring, v. 17, n. 1, p. 58–62, 1989.

MENDONÇA, A. R. de; CHAVES, S. P. e C. de; CALEGARIO, N. Modelos Hipsométricos Generalizados Mistos Na Predição Da Altura De *Eucalyptus* Sp. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 107–115, jan/mar, 2015. DOI: 10.1590/01047760201521011191

MONTES, C. R. **A Resource Driven Growth and Yield Model for Loblolly Pine Plantations**. 87 p. PhD Dissertation. North Carolina State University, Raleigh, USA, 2012.

MOREIRA, M. F. B. *et al.* Estimativa da relação hipsométrica com modelos não lineares ajustados por métodos bayesianos empíricos. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 3, p. 405–441, abr., 2015. DOI: 10.1590/01047760201521031781

MOURA, J. B. **Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da Amazônia brasileira**. 1994. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 1994.

MÜLLER, M. D. *et al.* Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. **Floresta**, Curitiba, v. 44, n. 3, p. 473-484, 2014.

NEWNHAM, R. M. Stem form and the variation of taper with age and thinning regime. **Forestry**, Oxford, v. 38, ed. 2, p. 218-224, out, 1965. DOI: 10.1093/forestry/38.2.218.

NICOLETTI, M. F.; CARVALHO, S. P. C.; BATISTA, J. L. F. Revisão bibliográfica sobre métodos não-destrutivos de cubagem de árvores em pé visando à determinação da biomassa. **Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal**, Garça, v. 20, n. 1, p.102-116, 2012.

OLIVEIRA, X. M. **Equações volumétricas e de afilamento para mogno africano (*Khaya ivorensis* A. Chev.) nos estados de Minas Gerais e Pará, Brasil**. 130 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2017.

PALMA, H. A, L.; BALLARIN, A. W. Propriedades de contração na madeira juvenil e adulta de *Pinus taeda* L. **Scientia Forestalis**, n. 64, p. 13-22, 2003.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.17, p. 250 - 259, 1987.

PENG, C. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 132, 259–279, 2000.

PENTEADO, S. R. C.; OLIVEIRA, E. B.; IEDE, E. T. Sample size for monitoring sirex populations and their natural enemies. *Pesquisa Florestal Brasileira*, Colombo, v. 36, n. 87, p. 297-301, 2016.

PENTEADO; S. R. C.; IEDE; E. T.; REIS FILHO, W. **Manual para o controle da vespa-da-madeira em plantios de pinus**. Embrapa Florestas, Colombo, PR, Documentos, 76, p. 39, 2015.

PESCK, V. A. *et al.* Detecção automática de árvores em unidades amostrais a partir de varredura simples com laser terrestre. *Pesquisa florestal brasileira*, Colombo, v. 39, e2018001730, p. 1-11, 2019. DOI: 10.4336/2019.pfb.39e201801730

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-Effects Models in Sand S-PLUS**. New York, NY: Springer New York, 2000. (Statistics and Computing). DOI: 10.1007/978-1-4419-0318-1

POSSATO, E. L. *et al.* Estimate of stand density index for eucalyptus urophylla using different fit methods. *Revista Árvore*, Viçosa, v. 40, n. 5, p. 921–929, sep., 2016. DOI: 10.1590/0100-67622016000500016.

PRODAN, M. . *et al.* Forest biometrics. San José, Costa Rica. 1997.

PUKKALA, T.; HANSSSEN, K.; ANDREASSEN, K. Stem taper and bark functions for Norway spruce in Norway. *Silva Fennica*, v. 53, n. 3, 10187, 2019. DOI: 10.14214/sf.10187

QUEIROZ, D. *et al.* Avaliação e validação de funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos da região metropolitana de Curitiba/PR. *Floresta*, Curitiba, v. 36, n. 2, p. 183-199, 2008.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research*, Washington, v. 46, n. 7, p. 627–638, 1933.

RETSLAFF, F. A. S. *et al.* Growth and yield prognosis in diameter classes for thinning Eucalyptus grandis stands in Brazil South . *Revista Árvore*, Viçosa, , v. 36, n. 4, p. 719–732, 2012. DOI: 0.1590/S0100-67622012000400013.

RIBEIRO, A. *et al.* Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus* sp. *Cerne*, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22–31, jul/ago, 2010. DOI:

10.1590/s0104-77602010000100003.

RIGATTO, P. A.; DEDECEK, R. A.; MATOS, J. L. M. de. Influência dos atributos do solo sobre a qualidade da madeira de *Pinus taeda* para produção de celulose Kraft. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 2, p. 267- 273, 2004.

RODIL, M.; ARANDA, U.; BURKHART, H. E. Effects of Measurement Error in Total Tree Height and Upper-Stem Diameter on Stem Volume Prediction. **Forest Science**, Lawrence, v. 63, n. 3, p. 250–260, 2017. <https://doi.org/10.5849/FS-2016-087>

ROJO, A. *et al.* Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). **European Journal of Forest Research**, New York, v. 124, p. 177-186, 2005. <http://dx.doi.org/10.1007/s10342-005-0066-6>.

SABATIA, C. O.; H. E. BURKHART. On the use of upper stem diameters to localize a segmented taper equation to new trees. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 3, p. 411–423, 2015.

SÁNCHEZ-GONZÁLEZ, M.; CAÑELLAS, I.; MONTERO, G. Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain. **Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales**, [S. l.], v. 16, n. 1, p. 76, fev. 2007. DOI: 0.5424/srf/2007161-00999

SANTANA, R. C. *et al.* Estimativa de biomassa de plantios de eucalipto no Brasil. **Revista Arvore**, Viçosa, v. 32, n. 4, p. 697–706, mai, 2008. DOI: 10.1590/s0100-67622008000400011.

SAUNDERS, M. R.; PUETTMANN, K. J. **A preliminary white spruce density management diagram for the lake states**. Minnesota: Department of Forest Resources. College of Natural Resources and Minnesota Agricultural Experiment Station. University of Minnesota. 2000.

SAVILL, P. S.; EVANS, J. Thinning. In: BURLEY, J.; EVANS, J.; YOUNGQUIST, J. (eds) **Encyclopedia of Forest Science**, Oxford: Elsevier, v.2, p. 845-850, 2004.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. **Introdução ao Manejo Florestal**. 2. ed. Santa Maria: 2008.

SCHNEIDER, P. S. P. **Autodesbaste e diagrama de manejo da densidade em Povoamentos de *Pinus taeda* L.** 95 f. 2008. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Florestal) -Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

SCHNEIDER, P. S. P. *et al.* Diagrama de manejo da densidade para povoamento de *Pinus taeda* L. conduzido sem desbaste. **Ciencia Florestal**, Santa Maria, v. 19, n. 4, p. 433–447, out/dez, 2009.

SCHÖEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.l.]: Wurttt-Forstl., 1966.

SCHULTZ, R. P. **Loblolly pine: the ecology and culture of loblolly pine (*Pinus taeda* L.).** Washington: Department of Agriculture, Forest Service, Agriculture Handbook 713, 1997.

SCOLFORO, H. F. *et al.* Stand-level growth and yield model system for clonal eucalypt plantations in Brazil that accounts for water availability. **Forest Ecology and Management**, v.448, p. 22–33, 2019. DOI: 10.1016/j.foreco.2019.06.006

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: modelos de crescimento e produção florestal.** Lavras:UFLA/FAEP. 2006.

SCOLFORO, H. F. *et al.* Generalized stem taper and tree volume equations applied to eucalyptus of varying genetics in Brazil. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 49, p. 447-462, 2018b.

SCOLFORO, H. F. *et al.* Comparison of taper functions applied to eucalypts of varying genetics in Brazil: Application and evaluation of the penalized mixed spline approach. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 1, p. cjfr-2017-0366, 2018a.

SCOLFORO, J. R. S. **Manejo Florestal.** Lavras:UFLA/FAEP. 1998.

SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria florestal: medição, volumetria e gravimetria.** Lavras:UFLA/FAEP. 2004.

SCOLFORO, J. R. S. *et al.* “Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*”. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p.100- 122, 1998.

SHARMA, M.; PARTON, J. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. **Forest Ecology and Management**,

Amsterdam, v. 249, n. 3, 2007. DOI: 10.1016/j.foreco.2007.05.006.

SHARMA, R. P.; BREIDENBACH, J. Modeling height-diameter relationships for Norway spruce, Scots pine, and downy birch using Norwegian national forest inventory data. **Forest Science and Technology**, [S. l.], v. 11, n. 1, p. 44–53, 2015. DOI: 10.1080/21580103.2014.957354.

SHIMIZU, J. Y. **Pinus na Silvicultura Brasileira**. Colombo: Embrapa Florestas. 2008.

SIMON, N. *et al.* A Sparse-Group Lasso. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, Washington, v. 22, n. 2, p. 231–245., may, 2013. DOI: 10.1080/10618600.2012.681250

SOARES, C. P. B.; NETO, F. de P.; SOUZA, A. L. de. **Dendrometria e inventário florestal**. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, ed.2, 272 p. 2011.

SOUZA, C. A. M. *et al.* Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Árvore**, Viçosa, v.32, n.3, p.453-463, 2008.

SPURR, S. H. **Forest Inventory**. New York: 1952.

SUN, H. *et al.* Relationship between size inequality and stand productivity is modified by self-thinning, age, site and planting density in Sassafras tzumu plantations in central China. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 422, p. 199–206, feb., 2018. DOI: 10.1016/j.foreco.2018.02.003

SUN, H. G. *et al.* A review of stand basal area growth models. **Forestry Studies in China**, [S l], v. 9, n. 1, p. 85-94, 2007. DOI: 10.1007/s11632-007-0014-2

TANG, S.; MENG, C. H.; MENG, F. R. A growth and self-thinning model for pure even-aged stands: theory and applications. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 70, n. 1, p. 67–73, 1994.

TÉO, S. J. *et al.* General height-diameter equation with biological attributes for *Pinus taeda* L. stands. **Cerne**, Lavras, v. 23, n. 4, p. 403–411, nov., 2017. DOI: 10.1590/01047760201723042414

TÉO, S. J. *et al.* Índice de densidade do povoamento para bracatingais nativos da região

metropolitana de curitiba. **Cerne**, Lavras, v. 14, n. 1, p. 54-61, jan./mar. 2008.

TÉO, S. J. *et al.* Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. **Floresta**, Curitiba, v. 43, n. 3, p. 439-452, 2013.

TIBSHIRANI, R. Regression Shrinkage and Selection via the LASSO. **Journal of the Royal Statistical Society**, [S. l.], v. 58, n. 1, p. 267–288, 1996.

TRILLERAS, A. B.; AGUIRRE, A. M. L. Basal area growth models for *Eucalyptus tereticornis* Smith stands on the Colombian Atlantic coast. **Madera y Bosques**, v. 26, n. 2, e2621924, 2020. DOI: 10.21829/myb.2020.2621924

TRINCADO, G.; BURKHART, H. E. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves. **Forest Science**, Lawrence, v. 52, p. 670–682, 2006.

TRINCADO, G.; VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, Munique, v. 126, n. 2, p. 253–262, aug., 2007. DOI: 10.1007/s10342-006-0141-7

VAN LAAR, A.; AKÇA, A. **Forest Mensuration**. Dordrecht: Springer. v.13, 2007.

VENDRUSCOLO, D. G. S.; DRESCHER R.; CARVALHO, S. P. C.; SOUZA, H. S.; SILVA, R. S.; CHAVES, A. G. S. Forma do fuste de árvores de *Tectona grandis* em diferentes espaçamentos. **Advances in Forestry Science**, Cuiabá, v.3, n.3, p. 51-54, 2016.

WEISKITTEL, A. R. *et al.* **Forest Growth and Yield Modeling**. 1. ed. Oxford: John Wiley & Sons, 2011.

WILCKEN, C. F. *et al.* Detecção da vespa-da-madeira em *Pinus taeda* no estado de São Paulo, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.48, n. 2, e20170632, 2018.

WILLIAMS, R. A. Stand Density Management Diagram for Loblolly Pine Plantations in North Louisiana. **SJAF**, [S. l.], v. 18, n. 1, p. 45, 1994.

YANG, S.-I.; BURKHART, H. E. Estimation of carrying capacity in loblolly pine (*Pinus taeda* L.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 385, p. 167–176, dec., 2017. DOI: 10.1016/j.foreco.2016.11.001.

YODA, K. *et al.* Self-thinning in over rowed pure stands under cultivated and natural conditions. **Journal of Biology**, Osaka City, v. 14, p. 107–129, 1963.

ZHAO, D.; KANE, M.; BORDERS, B.E. Crown ratio and relative spacing relationships for loblolly pine plantations. **Open Journal of Forestry**, [SI], v.2, n. 3, p. 107-112, jan, 2012. DOI: 10.4236 / ojf.2012.23014.

ZHAO, D; KANE, M. New Variable-Top Merchantable Volume and Weight Equations Derived Directly from Cumulative Relative Profiles for Loblolly Pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 63, n. 3, p. 261–269, 2017. DOI: 10.5849/FS-2016-076.

SEGUNDA PARTE – ARTIGOS

Os artigos foram redigidos conforme a norma para publicação periódica científica NBR 6022 (ABNT, 2003)

ARTIGO 1: Modelo hipsométrico generalizado de efeitos mistos para povoamentos de *Pinus taeda*, submetidos ao manejo florestal intensivo, no sul do Brasil

RESUMO

A inserção de variáveis do povoamento permite a generalização de um modelo hipsométrico e a inclusão de efeitos aleatórios auxilia na flexibilidade do modelo e na aplicação em novas bases de dados, por meio da calibração. O objetivo do estudo foi desenvolver um modelo generalizado de efeitos mistos, capaz de prever com precisão a altura total de árvores de *Pinus taeda*, na região sul do Brasil, submetidas à diferentes regimes de manejo e em diferentes idades. Foram utilizados dados experimentais entre 4 e 27 anos de idade, coletados em povoamentos de *Pinus taeda*, localizados no estado de Santa Catarina. O experimento abrange uma combinação de diferentes densidades de plantio e intensidades de desbaste. O método Lasso foi utilizado para selecionar as variáveis independentes do modelo e a modelagem mista foi implementada, com a demonstração da calibração utilizando o BLUP (best linear unbiased predictor). As variáveis de altura dominante e diâmetro médio quadrático, em diferentes formulações, foram selecionadas pelo método Lasso para comporem as variáveis preditoras do modelo, juntamente com o diâmetro à 1,3 m (dap). Os efeitos aleatórios foram inseridos no intercepto e β_1 do modelo. A calibração dos efeitos aleatórios foi demonstrada em uma parcela independente da base de ajuste, no entanto, o modelo calibrado não foi superior ao modelo generalizado de efeitos fixos, evidenciando a necessidade da calibração do modelo apenas em condições atípicas, quando os dados se encontram fora da amplitude abordada pelos dados utilizados no ajuste do modelo. Os resultados mostram que o modelo generalizado desenvolvido apresenta flexibilidade e pode ser aplicado em povoamentos de *Pinus taeda* do sul do Brasil, utilizando-se da calibração dos efeitos aleatórios quando necessário, por meio da coleta de uma pequena amostra de dados da parcela.

PALAVRAS-CHAVE: desbaste, diâmetro médio quadrático, altura dominante.

Generalized height-diameter mixed-effects model for *Pinus taeda* stands subjected to intensive forest management in southern Brazil

ABSTRACT

The insertion of stand variables allows the generalization of a hypsometric model and the inclusion of random-effects helps in the flexibility of the model and in the application in new databases, through calibration. The objective of this study was to develop a generalized height-diameter mixed-effects model, capable of accurately predicting the total height of *Pinus taeda* trees, in southern Brazil, submitted to different management regimes and at different ages. Experimental data between 4 and 27 years of age were used, collected in stands of *Pinus taeda*, located in the state of Santa Catarina. The experiment covers a combination of different planting densities and thinning intensities. The Lasso method was used to select the independent variables of the model and the mixed model was implemented, with the demonstration of the calibration using the BLUP (best linear unbiased predictor). The variables of dominant height and mean square diameter, in different formulations, were selected by the Lasso method to compose the predictive variables of the model, together with the diameter at 1.3 m (dap). The random-effects were inserted in the intercept and β_1 of the model. The calibration of random-effects was demonstrated in an independent plot of the adjustment base, however, the calibrated model was not superior to the generalized fixed-effects model, evidencing the need for calibration of the model only under atypical conditions, when the data are outside the amplitude covered by the data used in the model adjustment. The results show that the generalized model developed presents flexibility and can be applied in stands of *Pinus taeda* in southern Brazil, using the calibration of random-effects when necessary, through the collection of a small sample of data from the plot.

KEYWORDS: thinning, quadratic mean diameter, dominant height.

1. INTRODUÇÃO

Modelos hipsométricos são baseados na relação entre a altura total e o diâmetro à 1,3 m (dap) das árvores. A degeneração desta relação afeta negativamente o desenvolvimento dos modelos e pode ser ocasionada por diversos fatores, como: povoamentos mal conduzidos, pois haverá diferentes alturas para um mesmo dap e diferentes valores de dap para uma mesma altura (SCOLFORO, 2005); povoamentos desbastados, pois estes propiciam que o crescimento em diâmetro permaneça em detrimento ao crescimento em altura, de modo que, essa tendência fica mais óbvia à medida que a intensidade dos desbastes aumenta (DENG et al., 2019); povoamentos em idades avançadas, pois com o aumento da idade, a altura tende a estagnar enquanto o dap continua aumentando (MARZILIANO; TOGNETTI; LOMBARDI, 2019).

A degeneração da relação hipsométrica está relacionada à dependência por ajustes locais, considerando condições específicas, como ajuste por parcela do inventário florestal (RIBEIRO et al, 2010). Modelos generalizados têm se mostrado uma alternativa viável para solucionar essa questão. Bronisz e Mehtätalo (2020) utilizaram dados de 80 povoamentos de *Betula pendula* e desenvolveram uma única equação, generalizada para todo o conjunto dos dados, por meio da inclusão de duas variáveis em nível de povoamento (diâmetro médio quadrático e área basal). Adame, Río e Cañellas (2008), utilizaram dados de *Quercus pyrenaica*, obtidos em 950 parcelas e desenvolveram uma equação não linear generalizada, com a inclusão da altura dominante e da área basal do povoamento.

Utilizar variáveis do povoamento vem sendo demonstrado como o caminho para a generalização. Métodos de seleção de variáveis podem ser empregados para identificar quais variáveis devem ser incluídas no modelo. O método Lasso (*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*), proposto por Tibshirani (1996), consiste em uma técnica semi-paramétrica que penaliza igualmente todas as variáveis independentes dos modelos lineares, por meio de Aprendizado de Máquina (*Machine Learning*), visando minimizar a soma dos quadrados dos erros, desde que a soma absoluta dos valores dos coeficientes seja inferior a um parâmetro de penalização, representado por “ λ ” (lambda) (ALTOÉ, 2017). Fiorentin et al. (2019) utilizaram o método Lasso como uma das estratégias de seleção de variáveis para desenvolver um modelo linear generalizado, capaz de estimar a probabilidade de sobrevivência de árvores de *Pinus taeda* em Santa Catarina, sul do Brasil. Farjat et al. (2015) desenvolveram um modelo capaz de prever

os efeitos das mudanças climáticas no crescimento em altura de famílias de *Pinus taeda*, no sudeste dos Estados Unidos. Os autores utilizaram o método Lasso para selecionar as variáveis climáticas que iriam compor o modelo.

No entanto, somente a inclusão de variáveis não garante que um modelo generalizado mantenha a acurácia, quando este for aplicado em uma situação completamente distinta àquela considerada no ajuste. Uma solução para este problema é a utilização de modelos de efeitos mistos, que recebem esse nome por ter em sua composição efeitos fixos e efeitos aleatórios. Os efeitos fixos são associados à população, enquanto os efeitos aleatórios são associados a grupos específicos, como unidades amostrais ou tratamentos. Ao associar os efeitos aleatórios às observações de um mesmo nível de classificação, os modelos de efeitos mistos representam de maneira flexível a estrutura de covariância induzida pelo agrupamento dos dados, permitindo a correção de qualquer tendência equivocada do modelo generalizado (PINHEIRO; BATES, 2013). Gómez-García et al. (2015) verificaram vantagens nos modelos hipsométricos de efeitos mistos, tanto para condições locais quanto generalizadas, utilizando dados de povoamentos de *Pinus pinaster*, em Portugal.

O desenvolvimento de modelos generalizados para estimar altura total, em povoamentos de manejo intensivo de pinus no Brasil, tem grande relevância. O gênero pinus tem alto valor econômico e é o segundo mais plantado no país (IBÁ, 2019). A condução dos povoamentos é dada com ampla variedade de densidades iniciais e regimes de desbaste (DAVID et al., 2018), visando gerar produtos que atendam diferentes setores e que proporcionem maior rentabilidade (IBÁ, 2019; DOBNER JR; QUADROS, 2019). A simulação quanto à destinação da madeira para as diferentes possibilidades de produtos requer, portanto, erros de qualquer variável tendendo a zero.

Este estudo buscou realizar uma abordagem que combine seleção de variáveis relevantes para a generalização, utilizando o método Lasso, com a modelagem mista, considerada para a correção de tendência em casos extremos de aplicação do modelo. O objetivo geral foi desenvolver um modelo hipsométrico generalizado de efeitos mistos, que pode ser utilizado em povoamentos de *Pinus taeda*, conduzidos sob diferentes opções de manejo, no sul do Brasil.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Área de estudo

A área de estudo está situada no município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina, sul do Brasil (lat. 27°59'33''S, long. 50°54'16''W). A classificação climática de Köppen, de acordo com Alvares et al. (2013), é clima temperado úmido com verão temperado (Cfb), caracterizada pela ausência de estação seca, temperatura média máxima de 22°C no mês mais quente e temperatura média inferior a 10°C em pelo menos 4 meses ao longo do ano. A ocorrência de geadas é frequente, variando de 2 a 29 eventos por ano (EMBRAPA, 1998; DOBNER JR, 2013). A altitude é de ~ 1017 m acima do nível do mar e o relevo é ondulado. Os solos na região se classificam em Neossolo Litólico, Latossolo Bruno e Nitossolo Háptico (OLIVEIRA, 2012; DOBNER JR, 2013).

2.2. Caracterização do experimento

Os dados provêm de povoamentos de *Pinus taeda*, conduzidos em um experimento fatorial 3x3 com 2 repetições (parcelas), implantado no ano de 1984. As parcelas foram estabelecidas com ~ 2.000 m², com área útil de ~ 1.000 m². Um dos fatores do experimento foi a densidade de plantio, caracterizado pelos níveis: 2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹. O outro fator foi o desbaste, caracterizado pelos níveis: sem desbaste (SD), desbaste com intensidade média (DM) e desbaste com intensidade pesada (DP) (Tabela 1). Desta forma, o experimento dispõe de 18 parcelas e 9 tratamentos.

Tabela 1 – Descrição do experimento fatorial com nove tratamentos (letras a – i) e porcentagem de remoção de árvores em cada desbaste realizado.

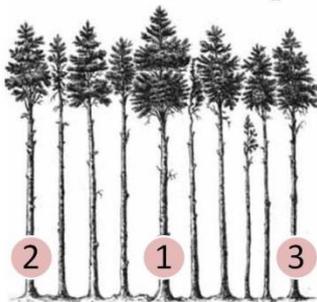
Tratamentos					
Fator: desbaste	Fator: densidade inicial				
	2500 árvores.ha ⁻¹	1250 árvores.ha ⁻¹	625 árvores.ha ⁻¹		
Sem desbaste (SD)	a) SD_2500	b) SD_1250	c) SD_625		
Desbaste médio (DM)	d) DM_2500	e) DM_1250	f) DM_625		
Desbaste pesado (DP)	g) DP_2500	h) DP_1250	i) DP_625		
Porcentagem de remoção do número de árvores					
Tratamento	Parcela	Idade (anos)			
		5	8	12	27
d) DM_2500	1	18 %	16 %	11 %	6 %
	2	16 %	14 %	13 %	5 %
e) DM_1250	1	-	24 %	22 %	11 %
	2	-	30 %	14 %	8 %
f) DM_625	1	-	26 %	19 %	11 %
	2	-	31 %	25 %	8 %
g) DP_2500	1	30 %	20 %	17 %	8 %
	2	35 %	15 %	9 %	12 %
h) DP_1250	1	-	58 %	11 %	10 %
	2	-	54 %	10 %	11 %
i) DP_625	1	-	66 %	-	9 %
	2	-	67 %	-	7 %

Os tratamentos submetidos a desbastes (letras d – i) foram conduzidos com a metodologia conhecida como “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas”. Segundo Dobner JR (2015), este método de desbaste envolve três etapas: a) seleção de árvores potenciais (indivíduos dominantes, de boa qualidade e homogeneamente distribuídos no povoamento) (Figura 1a); b) seleção de número pré-estabelecido de árvores que competem com as árvores potenciais (indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais) (Figura 1b); remoção das

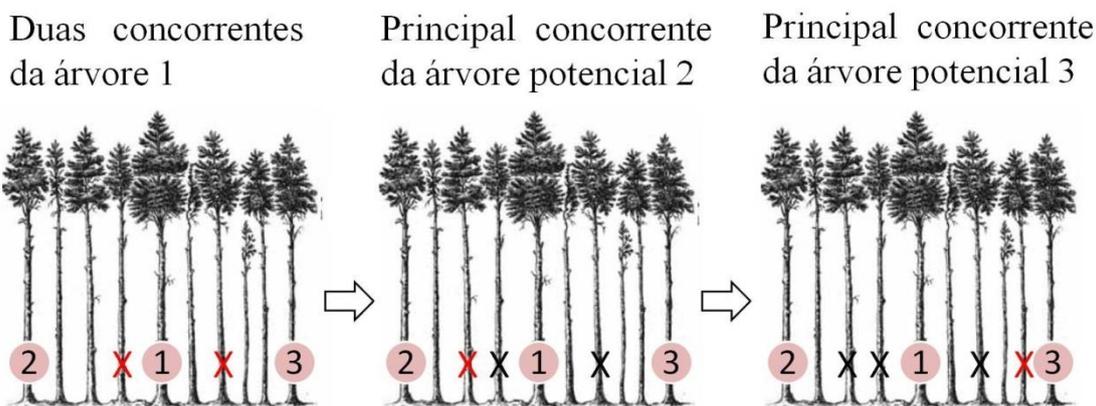
árvores no passo “b”, propiciando aberturas significativas no dossel do povoamento para que as árvores remanescentes se desenvolvam (Figura 1c).

Figura 1 – Passos para a realização de um primeiro desbaste pelo alto

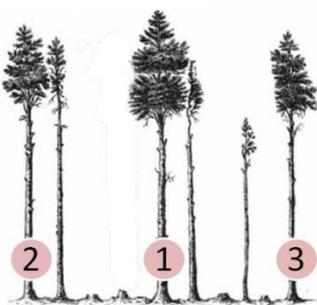
a) Seleção de três árvores potenciais



b) Seleção de árvores concorrentes/competidoras



c) Remoção das árvores concorrentes/competidoras



Fonte: Adaptado de Dobner Jr (2015)

Neste experimento, 400 árvores.ha⁻¹ em cada parcela foram selecionadas como potenciais e um número variado de árvores competidoras foram removidas ao longo do tempo (Tabela 1). Podas foram realizadas apenas nos tratamentos com desbaste, em dois momentos, da seguinte forma: podas em todas as árvores até 2,5 m de altura aos 5 anos de idade e podas somente nas árvores potenciais selecionadas, até 6 m de altura aos 7 anos.

2.3 Banco de dados

Os dados de diâmetro em cm à altura de 1,3 m (dap) e altura total em m (ht) foram mensurados quando as árvores apresentavam 4, 10, 12 e 27 anos de idade (Figura 2). Ao todo, foram coletados 1.711 dados em pares de dap - ht. A altura dominante seguiu o conceito de Assmann (1970), sendo consideradas as 100 árvores com maior dap no hectare. A variabilidade destas informações em nível de árvore e das demais variáveis do povoamento (Tabela 2), garantiram um banco de dados representativo para as diferentes opções de manejo aplicadas.

A variável índice de uniformidade (iu) foi obtida conforme expressão (1), visando representar o quanto a variabilidade da parcela, ao longo do tempo, altera a estrutura diamétrica de modo que, quanto maior a amplitude diamétrica, menor o valor de uniformidade obtido no índice. De acordo com McTague e Bailey (1987), os diâmetros localizados nos percentis 10 e 63 estão suficientemente afastados para fornecer a amplitude da distribuição e identificar a heterogeneidade no crescimento florestal.

$$iu_{jk}(cm^{-1}) = \frac{1}{(dap_{p63_{jk}} - dap_{p10_{jk}})} \quad (1)$$

$dap_{p63_{jk}}$: dap (cm) localizado no percentil 63 da j-ésima parcela na idade k;
 $dap_{p10_{jk}}$: dap (cm) localizado no percentil 10 da j-ésima parcela na idade k. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

Adicionalmente, os dados coletados permitiram o cálculo do índice de desbaste médio por tratamento ao longo dos anos (2).

$$id_{jk} = \frac{(ni_j - nr_{jk})}{ni_j} \quad (2)$$

j: parcelas que variam de 1 a 18; k: idade (anos) que varia de 4 a 27; id_{jk} : índice de desbaste da j-ésima parcela na idade k; ni_j : número inicial de árvores ou densidade inicial da j-ésima parcela, nr_{jk} : número de árvores removidas da j-ésima parcela na idade k.

Figura 2 – Relação entre os dados de dap (cm) e ht (m) utilizados neste estudo, advindos de povoamentos de *Pinus taeda* do sul do Brasil.

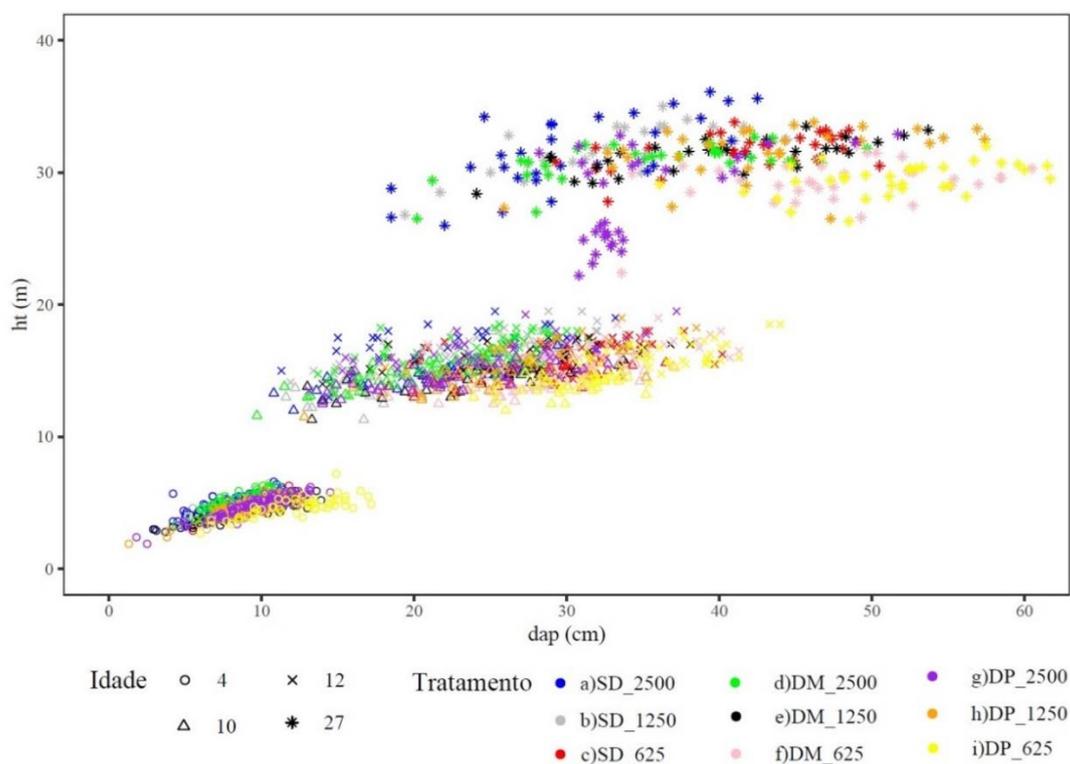


Tabela 2 – Estatística descritiva das variáveis dendrométricas nos povoamentos de *Pinus taeda*.

Variável	Mín.	Máx.	Méd.	SD
ht (m)	2,70	36,10	13,74	9,06
dap (cm)	4,20	67,40	21,85	12,79
dg (cm)	8,12	53,89	21,73	12,06
hd (m)	5,03	34,49	14,35	8,96
G (m ² . ha ⁻¹)	1,32	93,94	30,65	24,50
N (árv. ha ⁻¹)	179,93	2481,19	1153,13	695,62
idade (anos)	4,00	27,00	10,86	7,89
id	0,31	1,00	0,82	0,25
iu (cm ⁻¹)	0,07	0,55	0,21	0,12

dg (cm): diâmetro médio quadrático da parcela em cada idade; hd (m): altura dominante, obtida pelo método de Assmann (1970), da parcela em cada idade; G (m². ha⁻¹): área basal da parcela em cada idade; N (árv. ha⁻¹): número de árvores. ha⁻¹ da parcela em cada idade; id: índice de desbaste; iu: índice de uniformidade da parcela em cada idade. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

2.4 Abordagem proposta para a modelagem hipsométrica

Nos modelos hipsométricos generalizados, a variável ht é modelada com base no dap e em outras variáveis do povoamento (SCOLFORO et al., 2019; BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020). O modelo base completo (3) foi considerado neste estudo. A partir deste, a modelagem foi realizada seguindo dois passos, o primeiro para selecionar as variáveis e o segundo para adicionar um efeito aleatório no modelo.

$$\ln(ht) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{dap}\right) + \beta_2 \ln(hd) + \beta_3 \ln\left(\frac{dg}{dap}\right) + \beta_4 \left(\frac{1}{idade.dap}\right) + \beta_5 \left(\frac{1}{idade}\right) + \beta_6 \ln(G) + \beta_7 \ln(N) + \beta_8 \ln(dg) + \beta_9(iu) + \beta_{10} \ln(iu) + \beta_{11}(id) + \beta_{12} \ln(id) + \epsilon \quad (3)$$

β_{i_s} : coeficientes fixos do modelo. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

2.4.1. Passo 1: Seleção de variáveis

O passo 1 é essencial para a seleção de variáveis independentes do modelo (3), pois diversas variáveis expressam a mesma importância na estimativa de ht , o que pode gerar multicolinearidade. O método Lasso (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) foi empregado para a seleção das variáveis. Embora o método *Stepwise* tenha sido utilizado em outros estudos para a seleção variáveis (BARROS et al., 2002; ZHANG et al., 2017), o método Lasso tem se mostrado uma metodologia promissora na seleção de variáveis (FARJAT et al., 2015; NG; LEE; LEE, 2020).

O Lasso é um método semi-paramétrico que penaliza os coeficientes e seleciona as variáveis explicativas do modelo. Adota o critério de minimizar a soma dos quadrados dos erros, desde que a soma absoluta dos valores dos coeficientes seja inferior ao parâmetro de penalização, representado por λ (TIBSHIRANI, 1996). O parâmetro λ pode ser determinado visualmente pelo operador ou por meio da validação cruzada, implementada no algoritmo do método Lasso (SIMON; FRIEDMAN; HASTIE, 2013; ALTOÉ, 2017).

2.4.2. Passo 2: Adição do efeito aleatório no modelo generalizado

Na sequência da seleção de variáveis, a inclusão do efeito aleatório para parcelas foi verificada para o intercepto e outros preditores, visando possibilitar maior flexibilidade ao modelo, com a abordagem de efeitos mistos.

O modelo linear de efeitos mistos pode ser representado matricialmente, na forma geral (PINHEIRO; BATES, 2013):

$$y = X\beta + Zb + \varepsilon, b \sim N(0, \hat{D}) \text{ e } \varepsilon \sim N(0, \hat{R})$$

y: vetor com variáveis dependentes observadas nos dados; X: matriz de delineamento de efeitos fixos; $\hat{\beta}$: vetor com parâmetros de efeito fixo; Z: matriz de incidência de efeitos aleatórios; b: vetor com parâmetros de efeito aleatório; ε : vetor com erros aleatórios; N: distribuição normal; \hat{D} : matriz de variâncias e covariâncias dos parâmetros aleatórios, \hat{R} : matriz de variâncias e covariâncias dos erros aleatórios.

2.5 Análise da abordagem proposta

O desempenho do modelo foi avaliado com as seguintes estatísticas: raiz do erro quadrático médio (RMSE, expressão 4), erro médio absoluto (MAE, expressão 5) e erro médio (T, expressão 6). Além disso, foram gerados gráficos considerando as médias dos resíduos em 10 classes de dap padronizados, o intervalo de confiança de 95% das observações individuais (média \pm 1,96 diâmetro padronizado) e o intervalo de confiança para a média da classe (média \pm 1,96 erro padronizado). O dap padronizado foi calculado como a diferença entre o dap da árvore e o dap médio da parcela, dividido pelo desvio padrão do dap da parcela.

$$\text{RMSE (m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_o - v_e)^2}{n}} \quad (4)$$

$$\text{MAE (\%)} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{|v_o - v_e|}{v_o} \right)}{n} 100 \quad (5)$$

$$\text{T (\%)} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{v_o - v_e}{v_o} \right)}{n} 100 \quad (6)$$

i: número de árvores da amostra, variando de 1 a n; vo: valores observados de ht (m), ve: valores estimados de ht (m).

Além da avaliação geral do modelo desenvolvido, os gráficos de resíduo e as estatísticas de desempenho do modelo foram obtidos em relação aos diferentes tratamentos, idades, sítios, posições sociológicas para avaliar a flexibilidade do modelo em diferentes situações. A classificação de sítio das parcelas foi obtida pelo modelo de Chapman e método anamórfico.

O processamento foi realizado no software R (R CORE TEAM, 2019). O pacote glmnet (FRIEDMAN; HASTIE; TIBSHIRANI, 2009) foi utilizado para a seleção das variáveis com o método Lasso. Os gráficos foram gerados com o uso dos pacotes ggplot2 (WICKHAM, 2016) e lmfor (MEHTÄTALO, 2019). O pacote nlme (PINHEIRO et al.,

2019) foi utilizado para o ajuste dos modelos mistos.

2.6 Exemplo de calibração do modelo

O principal objetivo em desenvolver um modelo generalizado de efeitos mistos, é possibilitar o seu uso em novas bases de dados. A calibração do modelo é necessária nesta situação e consiste em obter valores estimados para os parâmetros aleatórios. Para isto, uma amostra pequena de dados é suficiente e diferentes metodologias podem ser aplicadas na seleção das árvores para compor essa amostra reduzida (BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020).

Neste estudo, o BLUP (best linear unbiased predictor) (7) foi utilizado para estimar os parâmetros aleatórios. A variância do preditor é representada em (8) (LAPPI, 1991).

$$\hat{b} = (Z' \hat{R}^{-1} Z + \hat{D}^{-1})^{-1} Z' \hat{R}^{-1} (y - X\beta) \quad (7)$$

$$\text{var}(\hat{b} - b) = (Z' \hat{R}^{-1} Z + \hat{D}^{-1})^{-1} \quad (8)$$

A calibração foi demonstrada na parcela 1 do tratamento (e) DM_1250. Para isto, os dados desta parcela foram removidos do banco de dados e o modelo foi ajustado novamente. O subgrupo desta parcela, utilizado na calibração do modelo, foi composto por 32 árvores (8 por idade), pelo método de árvores extremas, selecionando as 4 árvores mais finas e as 4 mais grossas em cada idade (BRONISZ; MEHTÄTALO, 2020).

3. RESULTADOS

3.1 Seleção das variáveis predictoras do modelo

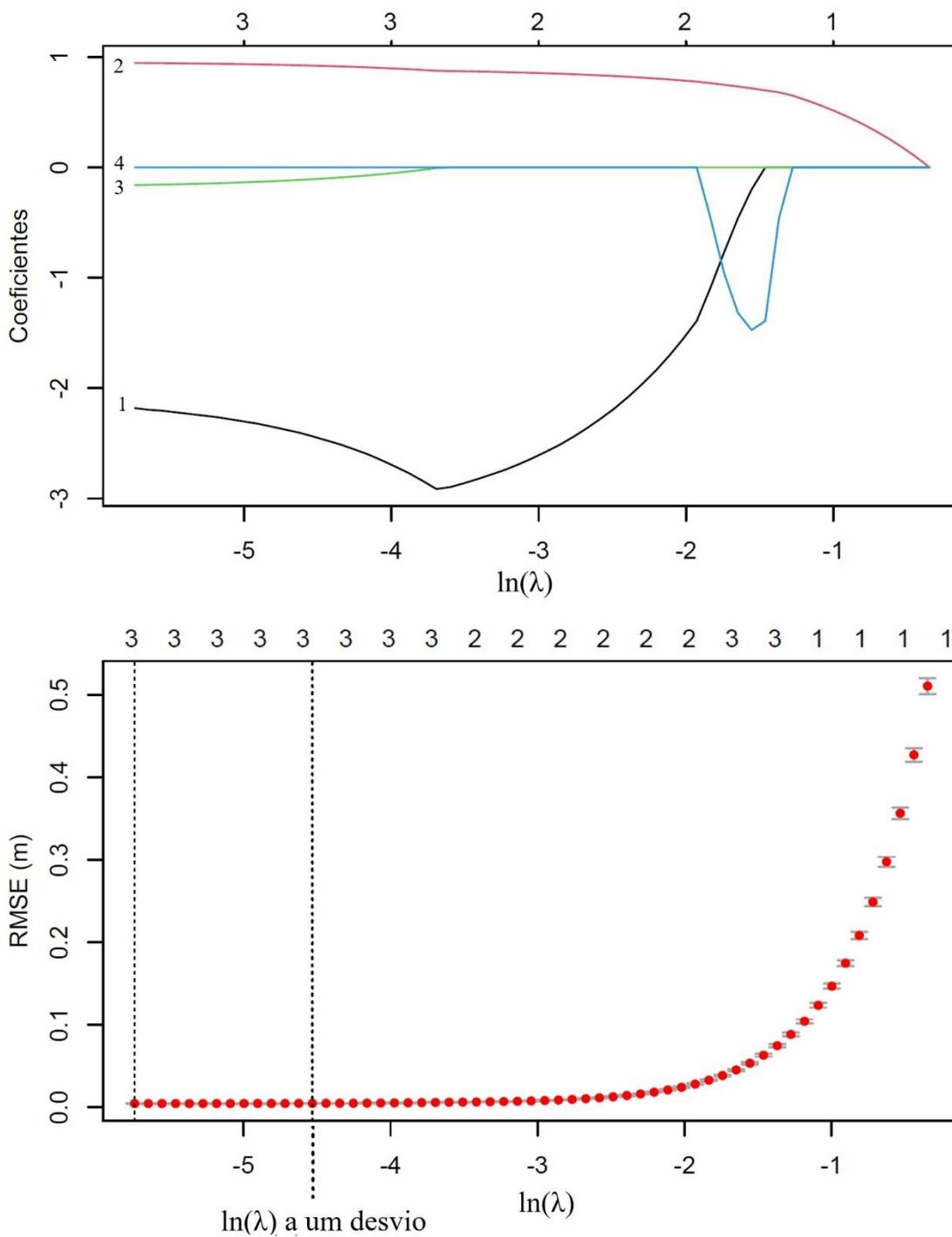
Três variáveis foram selecionadas pelo método Lasso, considerando o λ a um desvio: $1/\text{dap}$, $\ln(\text{dg}/\text{dap})$ e $\ln(\text{hd})$. Embora todas as variáveis testadas se correlacionem com a h_t (Tabela 3), as variáveis predictoras selecionadas conseguiram expressar as demais variáveis. A Figura 3a mostra o comportamento dos coeficientes em relação à penalização do $\ln(\lambda)$ e a Figura 3b mostra a localização do λ a 1 desvio, no caso, quando $\ln(\lambda)$ correspondeu à -4,5321 ($\lambda=0,0108$).

Tabela 3 – Matriz de correlação das variáveis das árvores e do povoamento, em dados de *Pinus taeda*.

	ht	dap	dg	hd	G	N	idade	id	iu
ht	1								
dap	0,89	1							
dg	0,91	0,94	1						
hd	0,99	0,86	0,91	1					
G	0,89	0,74	0,76	0,90	1				
N	-0,55	-0,65	-0,72	-0,54	-0,37	1			
idade	0,98	0,84	0,89	0,98	0,84	-0,53	1		
id	-0,54	-0,64	-0,69	-0,54	-0,33	0,58	-0,53	1	
iu	-0,76	-0,71	-0,74	-0,77	-0,83	0,44	-0,69	0,48	1

Todas as correlações foram significativas considerando $\alpha=0,05$.

Figura 3 – Relação dos coeficientes e do RMSE (m) com o valor de penalização expresso por λ no método Lasso.



3.2. Modelo generalizado de efeitos mistos

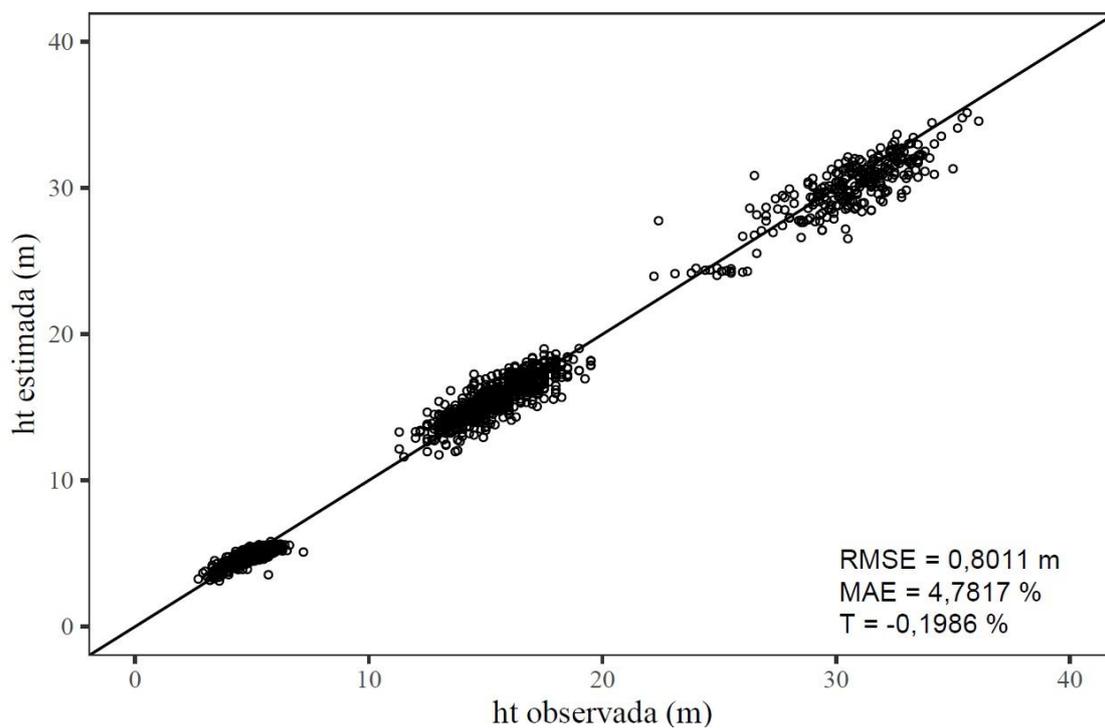
O modelo (9) resultou da modelagem mista combinada às variáveis selecionadas pelo Lasso:

$$\ln(ht) = (\beta_0 + b_{0j}) + (\beta_1 + b_{1j}) \left(\frac{1}{dap} \right) + \beta_2 \ln(hd) + \beta_3 \ln \left(\frac{dg}{dap} \right) + \varepsilon \quad (9)$$

b_{jIS} : coeficientes de efeitos aleatórios para parcelas. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

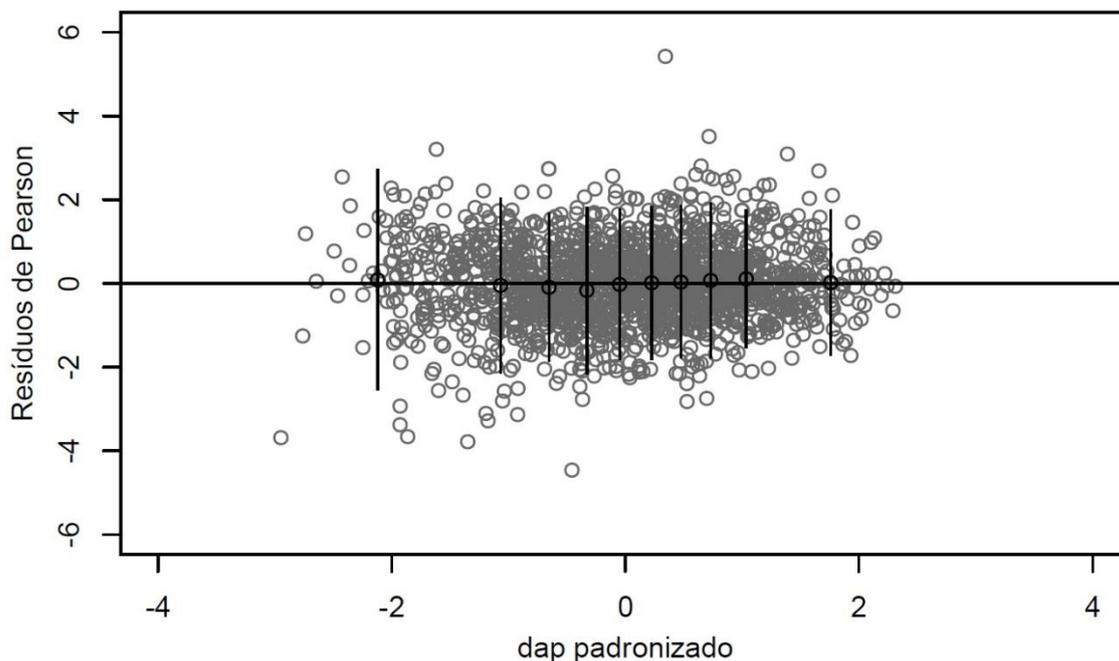
A Figura 4 mostra o gráfico 1:1, com as estatísticas de desempenho de ajuste do modelo generalizado de efeitos mistos (9).

Figura 4 - Relação 1:1 (ht observada: ht estimada) e estatísticas de desempenho de ajuste do modelo generalizado de efeitos mistos (9).



O modelo (9) apresentou estatísticas precisas (RMSE, MAE e T). Além disso, apresentou uma distribuição homogênea dos resíduos de Pearson ao longo dos valores de dap padronizado (Figura 5).

Figura 5 – Gráfico de resíduos do modelo generalizado de efeitos mistos (9).



Estimativas, erros padronizados e valor p dos efeitos fixos são apresentados na Tabela 3. Variâncias e covariâncias dos parâmetros aleatórios e do resíduo, bem como, a correlação entre os parâmetros aleatórios são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 3 – Parâmetros estimados, erros padronizados e valor de p do modelo generalizado de efeitos mistos (9).

Parâmetros fixos	Valor estimado	Erro padronizado	Valor de p
β_0	0,2584	0,0271	~0,0000
β_1	-2,5271	0,2179	~0,0000
β_2	0,9340	0,0072	~0,0000
β_3	-0,1540	0,0122	~0,0000

Tabela 4 - Variâncias e covariâncias dos parâmetros aleatórios e do resíduo e correlação entre os parâmetros aleatórios do modelo generalizado de efeitos mistos (9).

	Variância e covariância			Correlação		
	b_{0j}	b_{1j}	ε_{ijk}	b_{0j}	b_{1j}	ε_{ijk}
b_{0j}	0,0005			1		
b_{1j}	-0,0126	0,3757		-0,92	1	
ε_{ijk}	0	0	0,0040	0	0	1

3.3 Predição do modelo generalizado de efeitos mistos em diferentes situações

Após a análise geral, o modelo (9) foi avaliado em diferentes situações. Os resíduos de Pearson se mantiveram não tendenciosos ao longo do dap padronizado em relação à cada tratamento de densidade x desbaste e os valores máximos de RMSE, MAE e T foram, respectivamente, 1,0096 m, 5,5177 % e -0,7051 % (Figura 6).

Os resíduos de Pearson também se mantiveram não tendenciosos ao longo do dap padronizado em relação às diferentes idades, sítios e posições sociológicas (Figura 7). A estratificação das posições sociológicas foi realizada de acordo com dg/dap em três classes: suprimida (inferior à 1 menos um desvio padrão de dg/dap), dominante (superior à 1 mais um desvio padrão de dg/dap) e intermediária (intervalo entre as classes suprimida e dominante).

Figura 6 – Gráfico de resíduos e estatísticas de desempenho do modelo generalizado de efeitos mistos (9), nos diferentes tratamentos de densidade x desbaste.

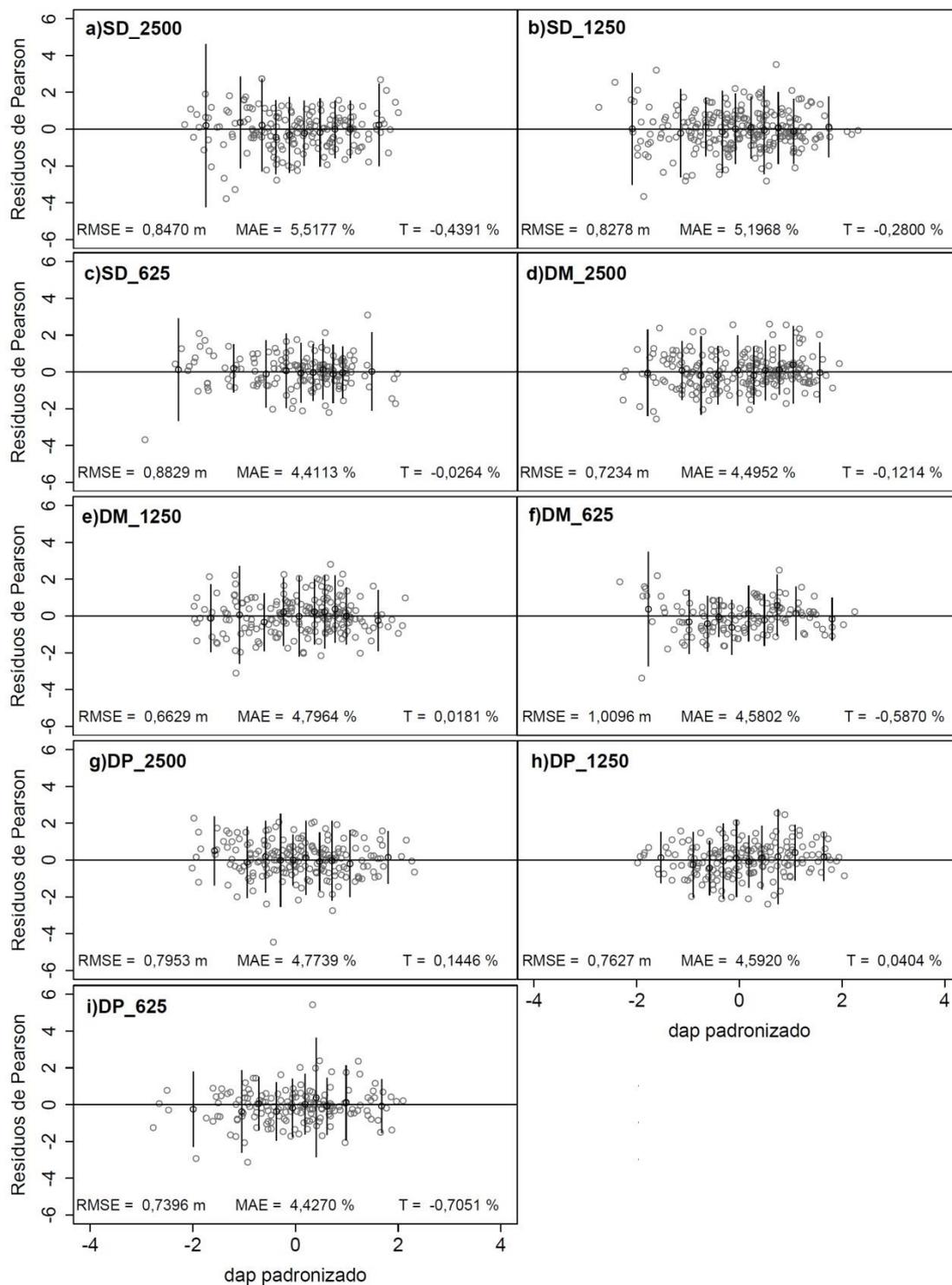
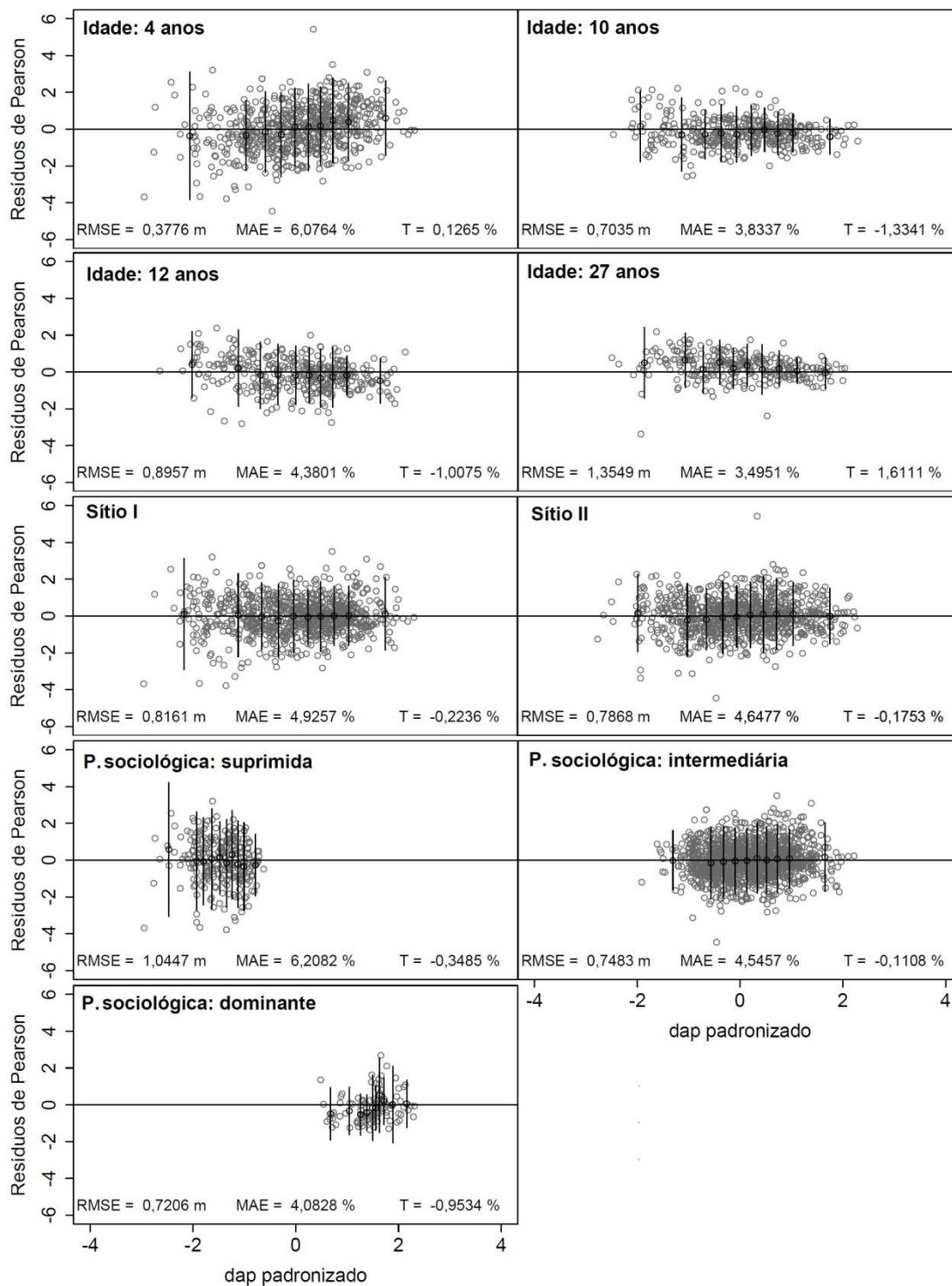


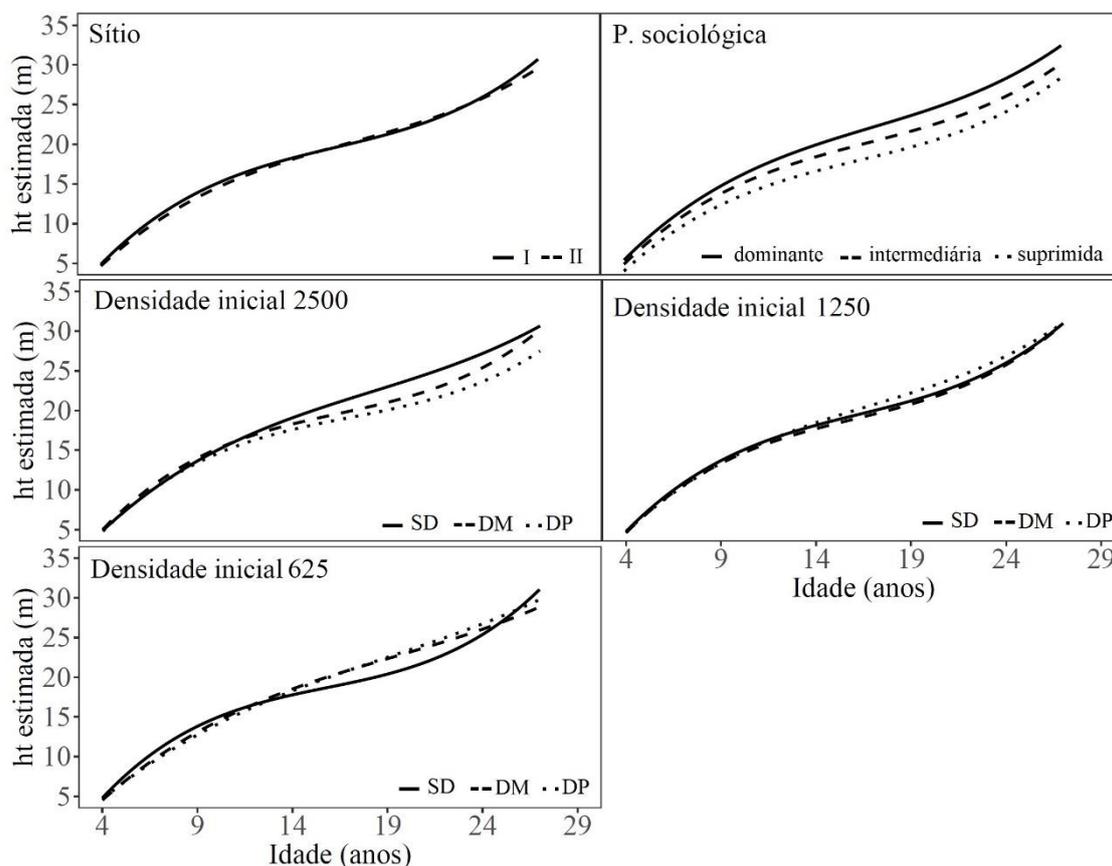
Figura 7 - Gráfico de resíduos e estatísticas de desempenho do modelo generalizado de efeitos mistos (9), nas diferentes idades, sítios e posições sociológicas.



3.4. Estimativa da altura total para diferentes condições de sítio, posição sociológica e práticas de manejo

O comportamento da altura total estimada ao longo do tempo foi analisado para diferentes condições de sítio, posição sociológica e opções de manejo (Figura 8). As estimativas para os dois sítios apresentaram pouca diferença. As estimativas para as posições sociológicas evidenciaram diferenças de tamanho em altura entres as diferentes classes. Nas densidades iniciais de 2500 e 625 árvores.ha⁻¹ o tratamento sem desbaste apresentou tendência um pouco diferente dos demais, no entanto, na densidade inicial de 1250 árvores.ha⁻¹, essa distinção não foi verificada.

Figura 8 – Estimativas de altura total do modelo generalizado de efeitos mistos (9), nos diferentes sítios, posições sociológicas e tratamentos de manejo.



3.5. Exemplo de calibração do modelo

A parcela 1 do tratamento e)DM_1250 foi selecionada para demonstrar a calibração do modelo. Para isto, esta parcela foi removida do banco de dados inicial e o modelo foi ajustado novamente. As estimativas dos parâmetros fixos com o conjunto de dados reduzido foram $\beta_0 = 0,2463$; $\beta_1 = -2,5008$; $\beta_2 = 0,9378$ e $\beta_3 = -0,1561$.

Em seguida, a calibração foi realizada usando uma subamostra dos dados da parcela 1. A parcela apresenta um total de 101 medidas de dap e ht (45 na idade de 4 anos, 21 na idade de 10 anos, 21 na idade de 12 anos e 14 na idade de 27 anos). A subamostra utilizada na calibração contou com 8 árvores em cada idade, totalizando 32 árvores selecionadas pela metodologia de árvores extremas.

Para estimar os parâmetros aleatórios da parcela com o BLUP (4), foram consideradas as seguintes matrizes e vetores:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 1/dap_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1/dap_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,2128 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0,0192 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = \sigma_\varepsilon^2 I = \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{\varepsilon_{32}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0041 & & \\ & \ddots & \\ & & 0,0041 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} \sigma_{b_{0j}}^2 & \sigma_{b_{1j}}\sigma_{b_{0j}} \\ \sigma_{b_{0j}}\sigma_{b_{1j}} & \sigma_{b_{1j}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0005 & -0,0127 \\ -0,0127 & 0,3735 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \ln(ht_1) \\ \vdots \\ \ln(ht_{32}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1314 \\ \vdots \\ 3,4904 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1/dap_1 & \ln(hd_1) & \ln(dg_1/dap_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1/dap_{32} & \ln(hd_4) & \ln(dg_4/dap_{32}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,2128 & 1,6174 & 0,5962 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0,0192 & 3,4673 & -0,3059 \end{bmatrix}$$

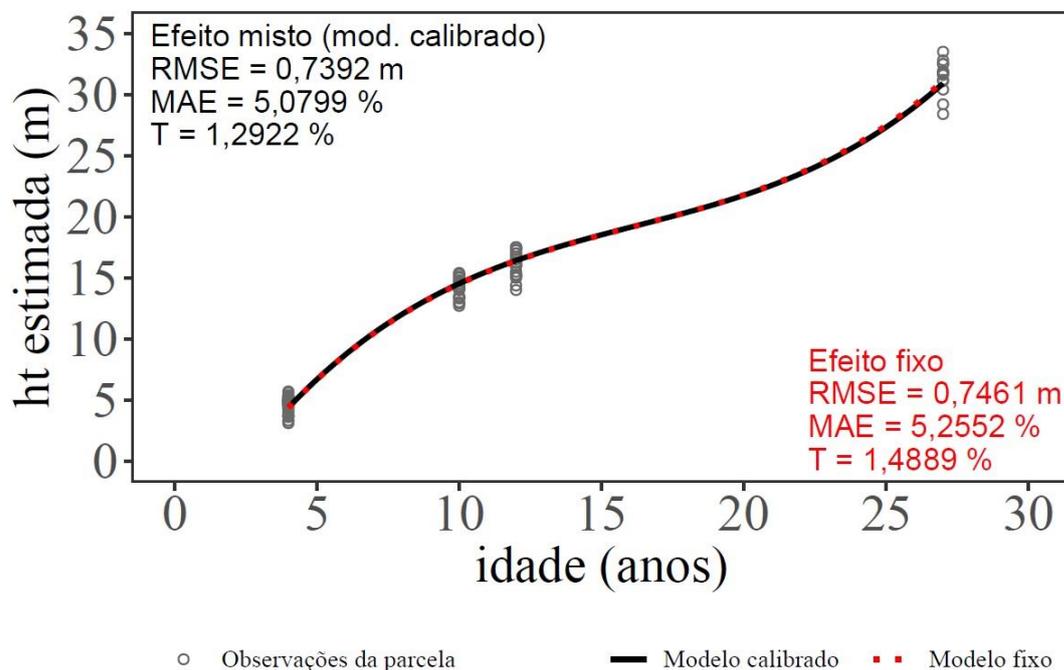
$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2463 \\ \vdots \\ -0,1561 \end{bmatrix}$$

Após obter esses dados, os efeitos aleatórios foram estimados, conforme $\hat{b} = (Z'\hat{R}^{-1}Z + \hat{D}^{-1})^{-1}Z'\hat{R}^{-1}(y - X\beta)$ e a equação final calibrada foi (10):

$$\ln(ht) = (0,2463 - 0,0047) + (-2,5008 + 0,1488) \left(\frac{1}{dap}\right) + 0,9378 * \ln(hd) - 0,1561 * \ln\left(\frac{dg}{dap}\right) \quad (10)$$

As alturas estimadas, considerando somente os parâmetros de efeitos fixos e considerando os efeitos mistos da equação calibrada (10), apresentaram resultados aproximados em relação às curvas e estatísticas de desempenho (Figura 9).

Figura 9 - Predição da ht estimada e estatísticas de desempenho de ajuste considerando somente os efeitos fixos e os efeitos fixos e aleatórios do modelo calibrado.



4. DISCUSSÃO

Estimativas precisas de alturas totais das árvores possuem importante papel no manejo e monitoramento dos povoamentos florestais (VAN LAAR; AKÇA, 2007). Os dados utilizados nesse estudo cobrem nove combinações entre densidades iniciais (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹) e intensidades de desbaste (sem desbaste, desbaste médio e desbaste pesado), em idades variando de 4 a 27 anos, em povoamentos de *Pinus taeda*, localizados no sul do Brasil. As amplas condições consideradas, compõem uma base sólida para representar diferentes alternativas de manejo que podem ser utilizadas nos plantios desta espécie (DAVID et al., 2018; HUSS; DOBNER JR, 2020), visando a obtenção de múltiplos produtos para diferentes fins, como indústria de celulose e papel, serraria, painéis, dentre outros (IBÁ, 2019). Nesse estudo, foi desenvolvido um modelo generalizado de efeitos mistos para árvores de *Pinus taeda* no sul do Brasil que apresentou flexibilidade em diferentes cenários. O modelo foi capaz de descrever a relação hipsométrica em povoamentos com diferentes intensidades de desbaste e, além disso, apresentou estimativas acuradas em diferentes sítios, idades e posições sociológicas.

O conhecimento dos fatores que afetam a variável dependente tem grande relevância no ganho de flexibilidade dos modelos, possibilitando a generalização (GOMAT et al., 2011). Barros et al. (2012) desenvolveram um modelo hipsométrico

linear generalizado, de efeitos fixos, selecionando variáveis do povoamento pelo método *Stepwise*. Chong e Jun (2005) alegam que embora o método *Stepwise* seja frequentemente utilizado, devido à sua simplicidade, muitas vezes apresenta fraco desempenho quando a multicolinearidade existe entre as variáveis. Nesse estudo, os autores verificaram que o *Lasso* apresentou, em média, menor RMSE em comparação ao método *Stepwise*. Ng, Lee e Lee (2020) publicaram um estudo em defesa do método *Lasso* que estava sendo alvo de críticas por selecionar muitas covariáveis para o modelo. Os autores mostraram que o modelo resultante do método *Lasso* foi adequado para pesquisa exploratória.

Farjat et al. (2015) e Altoé (2017), utilizaram o método *Lasso* para selecionar variáveis, respectivamente, para modelar o crescimento em altura com inserção de variáveis climáticas de famílias de *Pinus taeda*, no sudeste dos Estados Unidos e para modelar o estoque de carbono de fragmentos florestas com diferentes fitofisionomias no estado de Minas Gerais, Brasil. Além das variáveis do povoamento comumente utilizadas nos modelos generalizados (SCOLFORO et al., 2019), variáveis representando intensidade de desbaste e uniformidade das parcelas, ao longo do tempo, foram testadas, mas não foram selecionadas pelo *Lasso*, indicando que as variáveis do povoamento conseguiram representar essas variações.

Assim como neste estudo, Vargas-Larreta et al. (2009) também consideraram o diâmetro médio quadrático e a altura dominante para generalizar um modelo hipsométrico, com dados de pinus no México. Sharma e Parton (2007) consideraram a inclusão da altura dominante e de outras variáveis: densidade e área basal. Bronisz e Mehtätalo (2020) não consideraram a inclusão de altura dominante, mas consideraram o diâmetro médio quadrático e a área basal. Ferraz Filho et al. (2018) verificaram que a altura dominante é sensível ao regime de manejo adotado. Além disso, esta variável é capaz de explicar possíveis variações climáticas entre os povoamentos (SCOLFORO et al., 2013), mas este não foi o caso para este estudo, pois todas as parcelas do experimento se localizavam na mesma região. Scheeren, Schneider e Finger (2004), ao estudarem o crescimento de árvores de eucalipto submetidas a desbastes, verificaram que o diâmetro médio quadrático varia de acordo com a intensidade de desbaste.

Embora alguns estudos adotem a modelagem não linear para expressar a relação entre o dap e a ht (HUANG; TITUS; WIENS, 1992; ADAME; RÍO; CAÑELLAS, 2008), os modelos lineares apresentam muitas vantagens devido à sua simplicidade e são amplamente utilizados nas formas simples e generalizadas (RIBEIRO et al., 2010;

MEHTÄTALO; MIGUEL; GREGOIRE, 2015; SILVA et al., 2016). A inclusão de efeitos aleatórios em um modelo confere a este, efeitos mistos (fixos e aleatórios). Enquanto os efeitos fixos associam-se à população, os efeitos aleatórios associam-se à grupos específicos, aumentando a flexibilidade do modelo (PINHEIRO; BATES, 2013). Ferraz Filho et al. (2018) desenvolveram dois modelos lineares mistos para povoamentos de eucalipto sob diferentes condições de manejo, adicionando as variáveis de idade e altura dominante, além de interceptos aleatórios para parcelas e árvores dentro das parcelas. Lynch, Holley e Stevenson (2005) não incluíram variáveis adicionais no modelo de ht em função de dap, mas atribuíram efeitos mistos aos parâmetros do modelo e obteve um modelo com melhor precisão e flexibilidade.

Para verificar a flexibilidade de um modelo, sua aplicação deve ser realizada em diferentes situações. Ferraz Filho et al. (2018) verificaram o comportamento do desvio em relação à diferentes idades e altura dominante. O modelo desenvolvido por esses autores apresentou flexibilidade, podendo ser utilizado em diferentes situações (diferentes densidades de plantio, regimes de desbaste, fertilização e clones de eucalipto), evitando um número grande de modelos desenvolvidos para situações específicas, como no estudo de Ribeiro et al. (2010) que dividiram os dados em 14 tratamentos, conforme idade e região.

A atribuição de efeitos mistos a um modelo permite o seu uso em novos dados com a reestimação dos parâmetros aleatórios a partir de um preditor imparcial, pelo processo chamado de calibração. Para a calibração, uma subamostra de dados é utilizada. Este processo assegura que variações internas sejam consideradas de forma correta e bem fundamentada (ADAME, RÍO, CAÑELLAS, 2008). Para reestimar os parâmetros aleatórios, Castedo Dorado et al. (2006), utilizaram medidas de dap e ht de três árvores selecionadas aleatoriamente na parcela. Calama e Montero (2004) propuseram o uso de medidas de quatro árvores aleatórias. Bronisz e Mehtätalo (2020) testaram diferentes métodos de seleção de árvores, em diferentes números e verificaram que o método de seleção de árvores, nos valores de dap extremos (menores e maiores), foi o método mais efetivo e que com o aumento do número de árvores, o RMSE diminui. No presente estudo, foi considerado o método das árvores extremas e por meio de testes preliminares foi verificada maior estabilidade das estatísticas de desempenho do modelo a partir de 8 árvores por parcela em cada idade.

Lynch, Holley e Stevenson (2005) verificaram expressiva melhoria nas estimativas de altura total após a calibração do modelo. No presente estudo, embora a calibração não tenha melhorado a precisão das estimativas no exemplo considerado com uma parcela do experimento (Figura 9), a modelagem mista é válida e justificada para a utilização do modelo em condições fora da amplitude de dados considerada no ajuste. Além disso, consiste em um método de simples aplicação, como demonstrado nesse estudo. Vismara, Mehtätalo e Batista (2015) desenvolveram um modelo linear de efeitos mistos para estimar volume individual de árvores de *Eucalyptus grandis*, em diferentes fazendas de uma mesma região, no Brasil. Utilizando as fazendas como efeito aleatório, a calibração apresentou eficácia em média, mas não para todas as fazendas. Os autores justificaram que, em fazendas típicas, a calibração não traz muitos benefícios, pois os efeitos aleatórios são próximos à zero. No entanto, em fazendas atípicas, muito mais benefício é obtido, pois os efeitos aleatórios conseguem captar parte da variabilidade específica do local.

Estudos futuros podem ser realizados, utilizando o modelo desenvolvido neste estudo, em povoamentos de pinus no sul do Brasil submetidos à diferentes regimes de manejo florestal. Para situações atípicas, a calibração pode ser implementada, melhorando a precisão das estimativas por meio da coleta de uma pequena amostra de dados.

5. CONCLUSÃO

Um modelo hipsométrico linear generalizado de efeitos mistos foi desenvolvido no presente estudo. Três variáveis independentes foram selecionadas pelo método Lasso, considerando a penalização do λ a um desvio. O efeito misto (efeitos fixos e aleatórios) foi considerado no intercepto e no β_1 do modelo.

O modelo linear generalizado de efeitos mistos apresentou comportamento flexível e pode ser aplicado em povoamentos de *Pinus taeda* do sul do Brasil com diferentes condições de regimes de manejo, idades, sítios e posições sociológicas. Para situações em que as parcelas estejam fora da amplitude dos dados utilizados nesse estudo, a calibração pode ser aplicada conforme demonstrada, considerando a coleta de uma pequena amostra de dados da parcela.

REFERÊNCIAS

ADAME, P.; DEL RÍO; M.; CAÑELLAS, I. A mixed nonlinear height–diameter model for Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 256, p. 88–98, jul, 2008. DOI: 10.1016/j.foreco.2008.04.006.

ALTOÉ, T. F. **Modelagem e espacialização do estoque de carbono em fragmentos nativos de Minas Gerais em função de fatores edafoclimáticos**. 2017. 130 p. Tese. (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2017.

ALVARES, C. A. *et al.* Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Berlin, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**. Oxford: Pergamon Press, 506 p. 1970.

BARROS, D. *et al.* Comportamento de Modelos Hipsométricos Tradicionais e Genéricos para Plantações de Pinus oocarpa em Diferentes Tratamentos. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 0, n. 45, p. 3–28, jul, 2002.

BRONISZ, K.; MEHTÄTALO, L. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 460, p. 117901, mar, 2020. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.117901.

CALAMA, R.; MONTERO, G. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 34, n. 1, p. 150–163, jan, 2004. DOI: 10.1139/x03-199.

CASTEDO DORADO, F. *et al.* A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 229, n. 1–3, p. 202–213, nov, 2006. DOI: 10.1016/j.foreco.2006.04.028.

CHONG, I.G.; JUN, C. H. Performance of some variable selection methods when multicollinearity is presente. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 78, p. 103-112, 2005. DOI:10.1016/j.chemolab.2004.12.011

DAVID, H. C. *et al.* Intensive management for optimizing the production of high-value logs of pine forests in southern Brazil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 3, p. 1303-1316, 2018. DOI: 10.5902/1980509833352

DENG, C. *et al.* Thinning Effects on the Tree Height – Diameter Allometry of Masson Pine (*Pinus massoniana* Lamb.). **Basel**, v. 10, n. 12, dec, 2019. Disponível em: DOI: 10.3390/f10121129.

DOBNER JR, M. **Crown thinning effects on growth and wood quality of Pinus taeda stands in southern Brazil**. 211 p. Tese de doutorado da Faculty of Environment and Natural Resources, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg im Breisgau, Germany, 2013.

DOBNER JR, M. **Desbaste pelo alto: uma alternativa rentável para povoamentos de Pinus taeda no Sul do Brasil**. Pomerode, SC: Imprensa Mayer, 28 p., 2015. ISBN:978-85-919079-0-8

DOBNER JR, M.; QUADROS, D. S. Economic performance of loblolly pine stands in southern Brazil as a result of different crown thinning intensities. **Revista Árvore**, Viçosa, v.43, n.2, 2019. DOI: 10.1590/1806-90882019000200004

EMBRAPA Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisas Florestais. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba, 113 p., 1998.

FARJAT, A. E. *et al.* Modeling Climate Change Effects on the Height Growth of Loblolly Pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 4, p. 703–715, aug., 2015. DOI: 10.5849/forsci.14-075.

FERRAZ FILHO, A. C. *et al.* Height-diameter models for eucalyptus sp. plantations in Brazil. **Cerne**, Lavras v. 24, n. 1, p. 9–17, 2018. DOI: 10.1590/01047760201824012466.

FIORENTIN, L. D. *et al.* Generalized linear models for tree survival in loblolly pine plantations. **Cerne**, Lavras, v. 25, n. 4, p. 347–356, mar, 2019. DOI: 10.1590/01047760201925042649

FRIEDMAN J, HASTIE T, TIBSHIRANI R. **glmnet: Lasso and Elastic-Net Regularized Generalized Linear Models**. 2009. R package version 1.1-4, URL <http://CRAN.R-project.org/package=glmnet>. (acesso em 09 de abril de 2020).

GOMAT, H. Y. *et al.* What factors influence the stem taper of Eucalyptus: growth, environmental conditions, or genetics? **Annals of Forest Science**, Champenoux, v.68, n. 1, p. 109–120, feb, 2011. DOI: 10.1007/s13595-011-0012-3.

GÓMEZ-GARCÍA, E. *et al.* Height-diameter models for maritime pine in Portugal: a comparison of basic, generalized and mixed-effects models. **iForest - Biogeosciences and Forestry**, Viterbo, v. 9, n. 1, p. 72-78, 2015. DOI: 10.3832/ifer1520-008

HUANG, S., TITUS, S.J., WIENS, D.P. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 22, p. 1297–1307, 1992. DOI: 10.1139/x92-172.

HUSS, J; DOBNER JR, M. Einfluss von Ausgangspflanzendichte und Durchforstung auf Wachstum und wirtschaftlichen Ertrag von Weihrauchkiefern (*Pinus taeda*) in Südbrasilien. **Allgemeine Forst und Jagdzeitung**, v. 190, n. ½, p. 1-22, 2020. DOI: 10.23765/afjz0002035

IBÁ. Indústria Brasileira de Árvores. **Relatório da IBÁ 2019, ano base 2018**, 2019.

LAPPI, J. Calibration of height and volume equations with random parameters. **Forest Science**, Lawrence, v. 37, n. 3, p.781– 801, 1991.

LYNCH, T. B.; HOLLEY, A. G.; STEVENSON, D. J. A Random-Parameter Height-Dbh Model for Cherrybark Oak. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 29, n. 1, p. 22–26, 2005. DOI: 10.1093/sjaf/29.1.22

MARZILIANO, P. A.; TOGNETTI, R.; LOMBARDI, F. Is tree age or tree size reducing height increment in *Abies alba* Mill. at its southernmost distribution limit? **Annals of Forest Science**, Champenoux, v. 76, n. 1, feb., 2019. DOI: 10.1007/s13595-019-0803-5

MEHTÄTALO L.; DE-MIGUEL, S.; GREGOIRE, T. G. Modeling height-diameter curves for prediction. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 45, n. 7, p. 826-837, 2015. DOI: 10.1139/cjfr-2015-0054

MEHTÄTALO, L., 2019. **lmfor: Functions for Forest Biometrics**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/lmfor/lmfor.pdf>.

NG, C. T.; LEE, W.; LEE, Y. In defense of LASSO. **Communications in Statistics -**

Theory and Methods, Ontario, p. 1–25, jul., 2020. DOI: 10.1080/03610926.2020.1788080.

OLIVEIRA L. C. **Erosão hídrica e alguns processos hidrológicos em plantios de pinus, mata, campo nativo e estrada florestal**. 93 p. Tese de doutorado da Universidade de Santa Catarina, Lages, SC, 2012.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-Effects Models in Sand S-PLUS**. New York, NY: Springer New York, 2000. (Statistics and Computing). DOI: 10.1007/978-1-4419-0318-1

PINHEIRO, J. *et al.* 2019. **nlme: Linear and nonlinear mixed effects models**. R Package versioin 3.1-141 Disponível em <https://CRAN.R-project.org/package=nlme> (acesso em 09 de abril de 2020).

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. Disponível em <https://www.R-project.org/>. (acesso em 09 de outubro de 2019).

RIBEIRO, A. *et al.* Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22–31, jul/ago, 2010. DOI: 10.1590/s0104-77602010000100003.

SCHEEREN, L. W; SCHNEIDER, P. R; FINGER, C. A. G. Crescimento e produção de povoamentos monoclonais de *Eucalyptus saligna* Smith manejados com desbaste, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 14, n. 2, p. 111-122, 2004.

SCOLFORO, H. F. *et al.* Eucalyptus growth and yield system: Linking individual-tree and stand-level growth models in clonal Eucalypt plantations in Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 432, p. 1-16, 2019. DOI: 10.1016/j.foreco.2018.08.045

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: Parte I: Modelos de regressão linear e não-linear. Parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso da matéria seca. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.

SCOLFORO, J. R. S. *et al.* Dominant height model for site classification of *Eucalyptus grandis* incorporating climatic variables. **International Journal of Forestry Research**, Cairo, v. 2013, p. 1-7, 2013.

SHARMA, R.P., VACEK, Z., VACEK, S., KUČERA, M. Modelling individual tree height–diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe. **Trees**, Berlin, v. 33, p. 103–119, 2019. DOI: 10.1007/s00468-018-1762-4.

SILVA, L. F. *et al.* Equações hipsométricas volumétricas e de crescimento para *Khaya ivorensis* plantada em Pirapora. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v. 23, n. 3, p. 362-368, 2016. DOI: 10.1590/2179-8087.130715

SIMON, N. *et al.* A Sparse-Group Lasso. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, Washington, v. 22, n. 2, p. 231–245., may, 2013. DOI: 10.1080/10618600.2012.681250

TIBSHIRANI, R. Regression Shrinkage and Selection via the LASSO. **Journal of the Royal Statistical Society**, [S. 1.], v. 58, n. 1, p. 267–288, 1996.

VAN LAAR, A.; AKÇA, A. **Forest Mensuration**. Dordrecht: Springer. v.13, 2007.

VARGAS-LARRETA, B. *et al.* A generalized height-diameter model with random coefficients for uneven-aged stands in El Salto, Durango (Mexico). **Forestry**, Oxford, v. 82, p. 445–462, 2009. DOI: 10.1093/forestry/cpp016.

VISMARA, E. de S.; MEHTÄTALO, L.; BATISTA, J. L. F. Linear mixed-effects models and calibration applied to volume models in two rotations *Eucalyptus grandis* plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 46, n. 1, 2015. DOI:10.1139/cjfr-2014-0435

WEISKITTEL, A. R. *et al.* **Forest Growth and Yield Modeling**. 1. ed. Oxford: John Wiley & Sons, 2011.

WICKHAM, H. **ggplot2: Elegant graphics for data analysis**. 2016. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>. (acesso em 09 de abril de 2020).

ZHANG, X. *et al.* Modeling tree mortality in relation to climate, initial planting density, and competition in Chinese fir plantations using a Bayesian logistic multilevel method.

Canadian Journal of Forest Research, Ottawa, v. 47, p. 1278-1285, 2017. DOI:
10.1139/cjfr-2017-0215

ARTIGO 2: Impacto da inclusão da posição sociológica e do diâmetro superior na predição do afilamento de árvores de *Pinus taeda*, submetidas a diferentes regimes de desbaste, no sul do Brasil

RESUMO

A modelagem do afilamento e da forma do fuste das árvores é de grande interesse para os manejadores florestais e pode ser aplicada por diferentes abordagens. O objetivo do estudo foi melhorar a acurácia de uma equação de afilamento, considerando uma metodologia que combine generalização e calibração com um diâmetro superior. Foi utilizado um experimento com povoamentos de *Pinus taeda* não desbastados e conduzidos com desbaste pelo alto em diferentes intensidades, localizado no sul do Brasil. A cubagem foi realizada aos 30 anos, acumulando o efeito do regime de manejo ao longo do tempo. O modelo foi desenvolvido em três etapas: a) o modelo de expoente variável de Kozak (1988) foi utilizado; b) foi testada a inclusão de variáveis (posição sociológica, índice de espaçamento relativo, índice de desbaste, índice de uniformidade e sítio) no expoente do modelo da etapa “a”, proporcionando a generalização; c) foram testados diâmetros superiores nas alturas de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 m para calibrar o modelo da etapa “b”, utilizando o método da restrição algébrica. A inclusão da posição sociológica no expoente do modelo e a calibração com o diâmetro superior na altura de 6 m do fuste reduziu 3,2 % o RMSE e 2,6 % o MAE obtidos em relação ao volume (m³). A redução do erro se concentrou, principalmente, na seção inferior do fuste, considerada a parte mais valiosa economicamente. A metodologia desenvolvida utiliza informações disponíveis no inventário florestal para representar a posição sociológica das árvores e a coleta no campo de um único diâmetro em altura superior no fuste da árvore. Apesar da equação ter sido desenvolvida para árvores de *Pinus taeda* em povoamentos não desbastados e com desbaste pelo alto em diferentes intensidades, a capacidade de extrapolação da abordagem metodológica é válida, viabilizando implementação para outras espécies e alternativas de manejo.

PALAVRAS-CHAVE: Função de afilamento, modelo de expoente variável, restrição algébrica, manejo florestal intensivo.

Sociological position and upper-stem diameter influence for *Pinus taeda* trees subjected to distinct thinning regimes in southern Brazil tapering predictions

ABSTRACT

Taper and trees stems shape modelling draws the attention of forest managers who may approach it rather differently. The objective of the study was to improve the accuracy of a taper equation, considering a methodology that combines generalization and calibration with a upper-stem diameter. An experiment with thinned at different intensities and non-thinned stands of *Pinus taeda* was used, located in southern Brazil. Cubing was performed at age 30, accumulating the effect of the management regime over time. The model was developed in three stages: a) Kozak's (1988) variable exponent model was used; b) the inclusion of variables (sociological position, relative spacing index, thinning index, uniformity index and site) was tested in the exponent of the model of step "a", providing generalization; c) upper-stem diameters were tested at heights of 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 and 11 m to calibrate the model of step "b", using the algebraic restriction method. The inclusion of the sociological position in the model exponent and the calibration with the upper-stem diameter at the height of 6 m from the stem reduced the RMSE by 3.2% and the MAE by 2.6% obtained in relation to the volume (m³). The error reduction is mainly concentrated in the lower section of the stem, considered the most economically valuable part. The developed methodology uses information available in the forest inventory to represent the sociological position of the trees and the collection in the field of a single upper-stem diameter in the tree stem. Although the equation was developed for *Pinus taeda* trees in non-thinned and thinned at different intensities stands, the extrapolation capacity of the methodological approach is valid, enabling implementation for other species and management alternatives.

KEYWORDS: taper function, variable exponent model, algebraic constraint, intensive forest management.

1. INTRODUÇÃO

A ecofisiologia implica que diversos fatores afetem a forma e o afilamento das árvores, como fatores associados às características das árvores (por exemplo, espécie, posição sociológica e tamanho da copa), às características do povoamento (por exemplo, densidade e idade do povoamento), às práticas de manejo florestal (por exemplo, desbaste e poda), às características do local (por exemplo, o sítio) e aos fatores climáticos (por exemplo, precipitação e temperatura) (LARSON, 1963; SOARES; NETO; SOUZA, 2011; FERREIRA et al., 2014; SCHNEIDER, 2018; LIU et al., 2020a).

A incorporação destes fatores como variáveis independentes na modelagem do afilamento, propicia a abordagem generalizada (GOMAT et al. 2011), evitando que grande número de equações específicas seja gerado (SCOLFORO et al., 2018a). Bi (2000) alega que a falta de flexibilidade nas equações de afilamento se deve à falta de uma generalidade. Para solucionar esse problema e gerar equações mais flexíveis, muitas equações específicas de locais podem ser substituídas por um único modelo, generalizado.

Sharma (2020) desenvolveu um modelo de afilamento generalizado com a inclusão de densidade do povoamento, utilizando árvores de *Pinus resinosa* localizadas em 30 povoamentos no Canadá. Jiang e Liu (2011) desenvolveram um modelo de afilamento generalizado com a inclusão de razão de copa e densidade do povoamento, utilizando dados de 24 parcelas de povoamentos de *Larix gmelinii* estabelecidos na China, com idade variando de 7 a 37 anos. Gomat et al. (2011) generalizaram o modelo de afilamento com a inclusão de fatores genéticos, de crescimento e ambientais. Os autores utilizaram dados de diferentes clones de eucalipto localizados na República do Congo. Scolforo et al. (2018a) utilizaram dados de povoamentos com diferentes clones de eucalipto, plantados em diferentes regiões do Brasil. Os autores testaram a inclusão de variáveis climáticas na modelagem, no entanto, verificaram que a inclusão não foi necessária para aumentar a precisão das estimativas. Considerando dados de árvores da espécie *Larix gmelinii*, coletados nas montanhas de Greater Khingan, na China, Liu et al. (2020a) verificaram que a inclusão das variáveis de idade e grau de estocagem do povoamento foram expressivas na melhoria das funções de afilamento. Considerando os mesmos dados, Liu et al. (2020b) também verificaram que a incorporação das variáveis climáticas que expressam a temperatura média anual e a precipitação média anual melhoraram o desempenho da função de expoente variável utilizada.

Além dos fatores supracitados, a incorporação de um diâmetro superior do fuste como variável preditora do modelo pode ser considerada. Cao e Wang (2015) testaram a inclusão de diâmetros superiores, localizados de 1 em 1 m ao longo do fuste de árvores de *Pinus taeda*, provenientes de povoamentos nos Estados Unidos. Os autores concluíram que o diâmetro superior pode ser considerado em diferentes posições para calibrar o modelo e que o modelo calibrado reduziu as estatísticas de erro analisadas em até 48%. Sabatia e Burkhart (2015) testaram similar abordagem e verificaram que os diâmetros superiores medidos na posição correspondente a 60% da altura total foram identificados como os melhores para a calibração dos modelos. Para esta análise, os autores utilizaram dados de árvores de *Pinus taeda* e *Pinus radiata*, respectivamente localizadas nos Estados Unidos e na Nova Zelândia. Sharma e Parton (2009) consideraram como melhor diâmetro superior para calibrar o modelo, àquele localizado entre 34 e 38% da altura de árvores de *Pinus banksiana* e *Picea mariana*.

A inserção do diâmetro superior no modelo é dada por meio de calibração. Para este fim, Cao (2009) apresentou o método da restrição algébrica, que força as funções a passarem por um ou mais pontos especificados. A metodologia da restrição algébrica pode ser utilizada, por exemplo, para forçar a atribuição do valor zero ao diâmetro correspondente à ponta da árvore em modelos de afilamento, evitando que diâmetros negativos sejam obtidos na altura total (ZHAO; KANE, 2017; SCOLFORO et al. 2018a; SCOLFORO et al. 2018b). Como proposto inicialmente por Cao (2009), a restrição pode ser aplicada para impor que a função passe somente pelo diâmetro à altura do peito (dap) ou passe pelo dap e por um diâmetro superior pré-determinado no fuste. Rodil, Aranda e Burkhart (2017), no entanto, restringiram a função a passar apenas no diâmetro superior pré-determinado, alegando que o dap já está incluído como preditor nas funções de afilamento.

Estudos combinando variáveis explicativas e calibração com diâmetro superior são importantes na obtenção de estimativas acuradas do afilamento do fuste. Essa informação é desejada para os povoamentos de pinus no sul do Brasil, região na qual se concentra mais de 80 % das áreas de plantio com esse gênero no país. Este gênero é o segundo mais plantado no Brasil e destina a produção para diferentes setores (IBÁ, 2019). Com a produção focada em múltiplos produtos, é comum a prática do manejo florestal intensivo com desbastes e podas (RETSLAFF et al, 2016; DAVID et al., 2018; DOBNER

JR; QUADROS, 2019), portanto, qualquer erro de estimativa na porção inferior das árvores pode prejudicar economicamente o negócio florestal.

Considerando as alternativas que podem ser aplicadas para melhorar o desenvolvimento das funções de afilamento, o objetivo deste estudo foi desenvolver uma metodologia que combinasse a generalização da equação e a calibração de um diâmetro superior, visando ganhos expressivos de acurácia na modelagem do afilamento de árvores de *Pinus taeda* localizados no estado de Santa Catarina, sul do Brasil.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de estudo

Os dados foram obtidos em povoamentos não desbastados e desbastados de *Pinus taeda*, localizados no município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina, sul do Brasil (lat. 27°59'33''S, long. 50°54'16''W). O município está localizado à, aproximadamente, 60 km do município de Lages, SC.

A classificação climática de Köppen, de acordo com Alvares et al. (2013), é clima temperado úmido com verão temperado (Cfb), caracterizada pela ausência de estação seca, temperatura média máxima de 22°C no mês mais quente e temperatura média inferior a 10°C em pelo menos 4 meses ao longo do ano. A ocorrência de geadas é frequente, variando de 2 a 29 eventos por ano (EMBRAPA, 1998; DOBNER JR, 2013). A área de estudo apresenta altitude de 1017 m e relevo ondulado. Os solos na região se classificam em Neossolo Litólico, Latossolo Bruno e Nitossolo Háplico (OLIVEIRA, 2012).

2.2. Caracterização do local de estudo

Os povoamentos de *Pinus taeda*, foram plantados com densidade de 2.500 árvores.ha⁻¹ (espaçamento de 2,5 x 1,6 m²) e conduzidos ao longo de 30 anos, de 1981 a 2011. A área experimental total é de 7680,8 m², representada por 8 parcelas (4 tratamentos x 2 repetições), com área variando de 915,06 m² a 1018,7 m². Os tratamentos referem-se a diferentes intensidades de desbaste ao longo dos anos. Foi estabelecido um tratamento testemunha, ou seja, sem desbaste (SD) e tratamentos com diferentes intensidades de desbaste, considerados como, desbaste moderado (DM), desbaste pesado (DP) e desbaste extremo (DE). As intensidades de remoção de árvores nos tratamentos com desbaste estão

representadas na Tabela 1. Os tratamentos DM e DP apresentam como principal diferença as intensidades dos primeiros desbastes

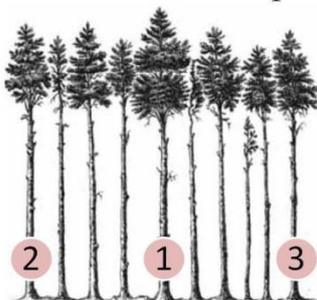
Tabela 1 – Porcentagem de remoção de árvores nos desbastes realizados ao longo dos anos nos tratamentos com desbaste moderado (DM), desbaste pesado (DP) e desbaste extremo (DE).

Tratamento	Parcela	Idade (anos)					Total
		5	7	10	13	15	
DM	1	17 %	14 %	13 %	11 %	14 %	69 %
	2	14 %	17 %	10 %	13 %	9 %	64 %
DP	1	31 %	12 %	17 %	18 %	-	77 %
	2	29 %	11 %	12 %	15 %	-	68 %
DE	1	83 %	-	4 %	4 %	-	91 %
	2	78 %	-	4 %	4 %	-	85 %

A metodologia de “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas” foi considerada no experimento. De acordo com Dobner Jr (2015), o método se divide em três etapas: a) seleção de árvores potenciais (indivíduos dominantes, de boa qualidade e homoganeamente distribuídos no povoamento) (Figura 1a); b) seleção de número pré-estabelecido de árvores que competem com as árvores potenciais (indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais) (Figura 1b); remoção das árvores no passo “b”, propiciando aberturas significativas no dossel do povoamento para que as árvores remanescentes se desenvolvam (Figura 1c).

Figura 1 – Passos para a realização de um primeiro desbaste pelo alto

a) Seleção de três árvores potenciais

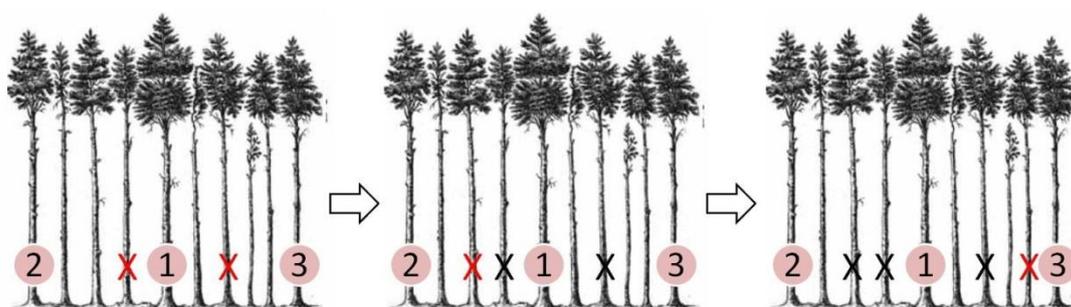


b) Seleção de árvores concorrentes/competidoras

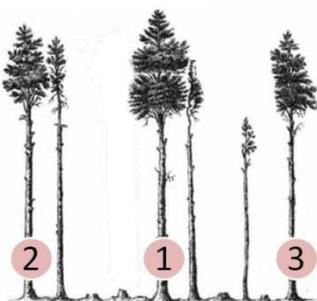
Duas concorrentes da árvore 1

Principal concorrente da árvore potencial 2

Principal concorrente da árvore potencial 3



c) Remoção das árvores concorrentes/competidoras



Fonte: Adaptado de Dobner Jr (2015)

No desbaste pelo alto realizado no experimento, foram selecionadas 400 árvores potenciais.ha⁻¹ em cada parcela dos tratamentos com desbaste. No tratamento DM foi considerada a remoção de uma árvore competidora em todos os desbastes realizados e no tratamento DP foi considerada a remoção de duas árvores competidoras no primeiro desbaste e uma árvore competidora nos demais desbastes. No tratamento DE, apenas as 400 árvores potenciais.ha⁻¹ foram mantidas no povoamento no primeiro desbaste e 8% destas foram removidas aos 10 e 13 anos (Tabela 1). Podas foram realizadas apenas nos tratamentos com desbaste (DM, DP e DE), em dois momentos, da seguinte forma: podas

em todas as árvores até 2,5 m de altura aos 5 anos de idade e podas somente nas 400 árvores.ha⁻¹ potenciais selecionadas até 6 m de altura aos 7 anos.

2.3. Caracterização dos dados

Os dados utilizados neste estudo referem-se a uma base de cubagem com 103 árvores, distribuídas em todos os tratamentos e posições sociológicas (Tabela 2). A coleta foi realizada em agosto de 2011, quando as árvores estavam com 30 anos de idade.

Tabela 2 – Distribuição das árvores cubadas quanto aos tratamentos, parcelas e posição sociológica.

Tratamento	Total	Parcela		Posição sociológica		
		1	2	Suprimida	Intermediária	Dominante
SD	25	13	12	8	10	7
DM	26	13	13	7	11	8
DP	26	13	13	8	10	8
DE	26	14	12	10	9	7

As árvores foram derrubadas e as seguintes medidas foram obtidas: diâmetro à 1,3 m de altura (dap), com fita diamétrica; altura total (ht) e altura até o início da copa (altura comercial), com trena métrica; diâmetros nas alturas de 0,2 m, 0,5 m, 1,0 m e, a partir de 1,0 m, a cada 5 % da altura total, com fita diamétrica. As demais árvores contidas na parcela tiveram o dap mensurado com fita diamétrica. Com essas informações as variáveis em nível de povoamento (diâmetro médio quadrático (dg), área basal (G), altura dominante (hd) e número de árvores (N)) foram obtidas para cada parcela. A descrição das variáveis está representada na Tabela 3, considerando os valores médios por tratamento.

Tabela 3 – Descrição dos dados em relação a cada tratamento.

Trat.		dap (cm)	ht (m)	dg (cm)	G (m ² .ha ⁻¹)	hd (m)	N (ár.v.ha ⁻¹)
SD	Mín.	19,9	26,9	35,5	68,0396	35,7	681
	Máx.	60,9	40,4	35,7	68,8279	37,8	697
	Méd.	38,1	35,7	35,6	68,4338	36,8	688
DM	Mín.	26,5	32,3	45,4	59,9728	35,6	371
	Máx.	67,7	39,4	46,2	69,6915	37,4	415
	Méd.	46,6	36,1	45,8	64,8322	36,5	393
DP	Mín.	32,0	30,2	48,0	65,6000	35,6	348
	Máx.	70,8	37,5	49,6	67,2887	35,9	362
	Méd.	49,4	35,1	48,8	66,4444	35,8	355
DE	Mín.	43,5	30,7	60,0	47,7013	33,6	150
	Máx.	83,7	36,0	63,7	59,6323	33,8	181
	Méd.	61,1	33,7	61,9	53,6668	33,7	164

Trat. é o tratamento de desbaste; Mín. é o valor mínimo; Máx. é o valor máximo; Méd. é a média. Demais palavras descritas anteriormente.

2.4 Desenvolvimento do modelo de afilamento

O modelo de afilamento foi construído em três passos, explicados a seguir:

2.4.1. Passo 1: Modelo base

Inicialmente, o modelo de expoente variável de Kozak (1988), representado pela expressão (1), foi utilizado para descrever o afilamento das árvores de *Pinus taeda*. Em que $a_{i/s}$ e $\beta_{i/s}$ são os coeficientes fixos as serem estimados; di é o diâmetro (cm) localizado em diferentes alturas ao longo do fuste; dap é o diâmetro à altura de 1,3 m do solo; $x = [(1 - \sqrt{hi/ht})/(1 - \sqrt{1,3/ht})]$; hi é a altura (m) ao longo do fuste; ht é a altura total (m) da árvore; $z = hi/ht$; \ln é o logaritmo neperiano; \exp é o exponencial.

$$di = a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \sqrt{z} + \beta_4 \exp(z) + \beta_5 \left(\frac{dap}{ht}\right)\right]} \quad (1)$$

2.4.2. Passo 2: Modelo base + variáveis auxiliares no expoente

O conhecimento dos fatores que afetam a forma e o afilamento das árvores e a inclusão destes nas funções de afilamento auxilia na generalização do modelo e resulta

em melhorias no desempenho (GOMAT et al., 2011). Devido à isso, a inclusão de diferentes variáveis em nível de árvore e em nível de parcela (Tabela 4) foi considerada. Todas as combinações possíveis de adição das variáveis foram testadas no expoente do modelo (1). A adição de variáveis no expoente do modelo também foi considerada por Liu et al. (2020a).

Tabela 4 – Variáveis testadas como predictoras do modelo (1), aplicado em árvores de *Pinus taeda* dispostas em diferentes tratamentos de desbaste.

Variável	Fórmula	Descrição
Posição sociológica	$ps_{ij} = \frac{dg_j}{dap_{ij}}$	Estratifica as árvores em suprimidas ($ps > 1$), intermediárias ($ps \cong 1$) e dominantes ($ps < 1$).
Índice de espaçamento relativo	$ier_j = \frac{\sqrt{10000/N_j}}{hd_j}$	Expressa a distância média das árvores em razão da produtividade do sítio florestal.
Índice de desbaste	$id_j = \frac{(NI_j - NR_j)}{NI_j}$	Na ausência de desbaste, o índice é igual a 1. Quanto maior a intensidade do desbaste, mais próximo de 0 é o valor obtido no índice.
Índice de uniformidade	$iu_j = \frac{1}{(dap_{p63_j} - dap_{p10_j})}$	Quanto menor a amplitude diamétrica da parcela, maior o índice de uniformidade.
Sítio florestal	hd_j	A altura dominante da parcela expressa a produtividade do sítio florestal.

i são árvores que variam de 1 a 103; j são as parcelas que variam de 1 a 8; ps_{ij} é a posição sociológica, da i -ésima árvore na parcela j ; dg_j é o diâmetro médio quadrático da j -ésima parcela; dap_{ij} é o dap da i -ésima árvore na parcela j ; ier_j é o índice de espaçamento relativo da j -ésima parcela; N_j é o número de árvores.ha⁻¹ da j -ésima parcela; hd_j é a altura dominante (m), obtida pelo conceito de Assmann (1970); id_j é o índice de desbaste da j -ésima parcela; NI_j é o número inicial de árvores.ha⁻¹ da j -ésima parcela; NR_j é o número de árvores.ha⁻¹ removidas da j -ésima parcela; iu_j é o índice de uniformidade da j -ésima

parcela; dap_p63_j é diâmetro localizado no percentil 63 da j -ésima parcela; dap_p10_j é diâmetro localizado no percentil 10 da j -ésima parcela. De acordo com McTague e Bailey (1987), a amplitude entre os diâmetros nos percentis 63 e 10 expressam a variabilidade do povoamento.

O modelo completo, com todas as inserções propostas, está representado na expressão (2).

$di =$

$$a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \sqrt{z} + \beta_4 \exp(z) + \beta_5 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_6 (ps) + \beta_7 (ier) + \beta_8 (id) + \beta_9 (iu) + \beta_{10} (hd) \right]} \quad (2)$$

2.4.3. Passo 3: Passo 2 + restrição algébrica (localização de diâmetro)

Além da inclusão de variáveis de povoamento, a calibração do modelo, utilizando um diâmetro superior, pode ser considerada (RODIL; ARANDA; BURKHART, 2017). Portanto, o modelo com inclusão de variáveis do Passo 2, que apresentou melhor desempenho, foi calibrado pela abordagem de restrição algébrica proposta por Cao (2009).

Neste estudo, a restrição algébrica foi utilizada para forçar o modelo a passar pelo dap e por um diâmetro superior (ds), modificando o parâmetro médio a_0 por um parâmetro a'_0 , específico por árvore. Para obter a'_0 , o parâmetro a_0 foi isolado do modelo e as condições impostas foram $di = ds$ e hi igual à altura em que o ds se localiza. Após modificação, o parâmetro a_0 foi substituído por a'_0 no modelo. Para selecionar a altura de coleta do ds , foram testados os diâmetros ao longo do fuste nas alturas de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 metros. A fim de facilitar a compreensão deste processo, um exemplo da calibração é demonstrado a seguir:

Exemplo de calibração do modelo utilizando a restrição algébrica (CAO, 2009):

1. Considere que o modelo (3) representa o modelo generalizado selecionado no Passo 2:

$$di = a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \sqrt{z} + \beta_4 \exp(z) + \beta_5 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_6 (ps) \right]} \quad (3)$$

2. Considere que o ds utilizado foi obtido na altura de 6 m ao longo do fuste (hi). Logo, as restrições aplicadas foram:

$$di_{6m} = ds \text{ (diâmetro superior localizado na } hi = 6 \text{ m)}$$

$$hi_{6m} = 6 \text{ m}$$

3. As restrições são aplicadas nas variáveis do modelo:

$$x_{6m} = \frac{(1 - \sqrt{hi_{6m}/ht})}{(1 - \sqrt{1,3/ht})}$$

$$z_{6m} = \frac{hi_{6m}}{ht}$$

4. O parâmetro a_0 é isolado do modelo (3) e as restrições são aplicadas para obter a'_0 :

$$a'_0 = \frac{di_{6m}}{dap^{a_1} a_2^{dap} x_{6m}^{\left[\beta_1 z_{6m}^2 + \beta_2 \ln(z_{6m} + 0,001) + \beta_3 \sqrt{z_{6m}} + \beta_4 \exp(z_{6m}) + \beta_5 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_6 (ps) \right]}}$$

5. Substitui o parâmetro a'_0 , específico por árvore, pelo parâmetro a_0 e obtém o modelo calibrado (4):

$$di = a'_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z + 0,001) + \beta_3 \sqrt{z} + \beta_4 \exp(z) + \beta_5 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_6 (ps) \right]} \quad (4)$$

2.5 Avaliação dos modelos

A separação da base de dados em bases de ajuste e validação foi realizada de duas formas. Na avaliação 1 foi realizada a remoção aleatória de 30% das árvores de cada parcela para compor a base de validação e a base de ajuste foi composta pelas árvores não removidas, ou seja, 70% das árvores. Na avaliação 2, os tratamentos sem desbaste e com desbaste extremo foram separados para a validação e os tratamentos com desbaste, nas intensidades média e pesada, compuseram a base de ajuste.

Na etapa do ajuste, as estatísticas de qualidade consideradas foram o critério de informação de Akaike (AIC) e critério de informação Bayesiana (BIC). Além das estatísticas de qualidade, gráficos 1:1 (valores observados: valores ajustados) foram analisados. Nas etapas de ajuste e validação, o desempenho dos modelos foi avaliado com as seguintes estatísticas, obtidas em porcentagem: raiz do erro quadrático médio (RMSE, expressão 2), erro médio absoluto (MAE, expressão 3) e erro médio (T, expressão 4). Além disso, gráficos de resíduos também foram gerados para avaliar o desempenho dos modelos em relação a cada tratamento.

$$RMSE (\%) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (vo - ve)^2}{n}} \cdot 100 \quad (5)$$

$$MAE (\%) = \frac{\sum_{i=1}^n (|vo - ve|)}{n} \cdot 100 \quad (6)$$

$$T (\%) = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{vo-ve}{vo} \right)}{n} 100 \quad (7)$$

i – medições de diâmetros (cm) ao longo dos fustes ou volume individual das árvores (variando de 1 a n), vo – valores observados, ve – valores estimados.

Os resultados foram avaliados em relação ao diâmetro e ao volume. Para obter o volume observado e estimado das árvores, o cálculo iterativo seguindo a fórmula de Smalian foi considerado.

O processamento foi realizado no software R (R CORE TEAM, 2019). A função *smalianwb*, do pacote *forestmangr* (BRAGA et al, 2020) foi utilizada para obter o volume pela fórmula de Smalian. A função *nls* foi utilizada para ajustar o modelo de expoente variável em suas diferentes composições testadas. Os gráficos foram gerados com o uso do pacote *ggplot2* (WICKHAM, 2016). A função *mywhiskers*, do pacote *lmfor* (Mehtätalo, 2019) foi utilizada nos gráficos de resíduos para gerar as barras de resíduos médios, considerando 10 classes de diâmetros e volumes padronizados, com intervalo de confiança de 95 %.

3. RESULTADOS

3.1 Inclusão de variáveis na função de afilamento

Ao ajustar a função de afilamento de Kozak (1988), os parâmetros β_3 e β_4 foram não significativos para $\alpha=0,05$, portanto, foram removidos do modelo base, assumindo a expressão (8). Análise semelhante resultou no modelo (9), com a incorporação da posição sociológica no expoente (este apresentou melhor ajuste em relação às demais combinações testadas e foi selecionado).

$$di = a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} \chi^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \left(\frac{dap}{ht} \right) \right]} \quad (8)$$

$$di = a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} \chi^{\left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_4 (ps) \right]} \quad (9)$$

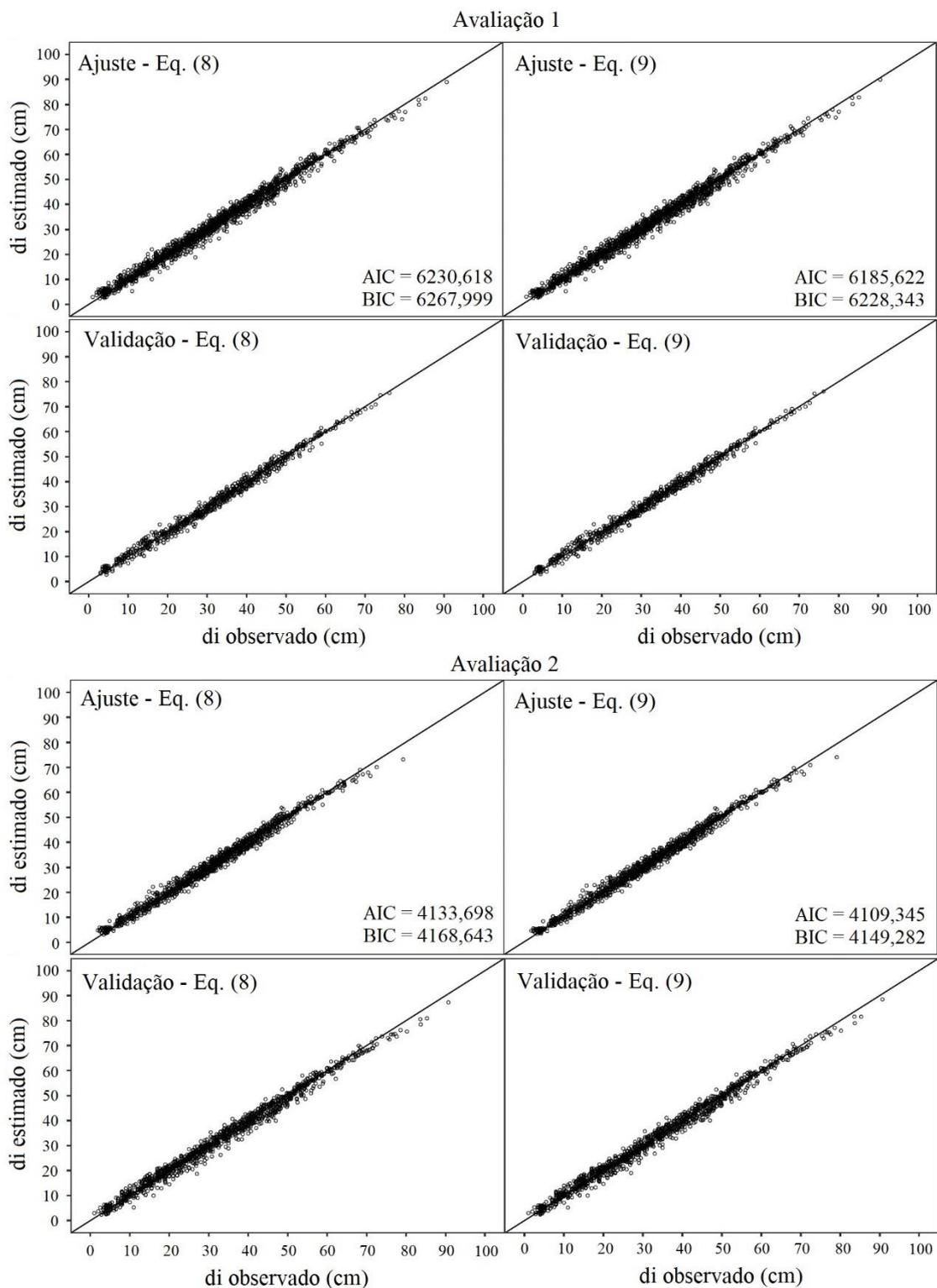
Os parâmetros estimados dos modelos (8) e (9) e seus respectivos erros padronizados, considerando as duas avaliações abordadas, estão representados na Tabela 5. Todos os parâmetros foram significativos para $\alpha=0,05$, apresentando valor de p máximo de $3,46.10^{-07}$.

Tabela 5 – Valores estimados (VE) dos parâmetros e seus respectivos erros padronizados (EP).

	Avaliação 1				Avaliação 2			
	Eq. (8)		Eq. (9)		Eq. (8)		Eq. (9)	
	VE	EP	VE	EP	VE	EP	VE	EP
a_0	0,6258	0,0542	0,5519	0,0482	0,6986	0,1289	0,5916	0,1097
a_1	1,1767	0,0297	1,2131	0,0298	1,1481	0,0645	1,1970	0,0646
a_2	0,9957	0,0006	0,9953	0,0006	0,9957	0,0013	0,9952	0,0013
β_1	0,6308	0,0111	0,6859	0,0137	0,6383	0,0140	0,6940	0,0179
β_2	-0,2687	0,0063	-0,2954	0,0072	-0,2682	0,0077	-0,2956	0,0093
β_3	0,0496	0,0048	0,0558	0,0048	0,0468	0,0068	0,0500	0,0068
β_4			-0,0508	0,0073			-0,0464	0,0091

Os gráficos 1:1 demonstraram o comportamento preciso dos diâmetros estimados em comparação aos diâmetros observados, para os dois modelos, nas duas abordagens de avaliação (Figura 2). As estatísticas de AIC e BIC apresentaram valores reduzidos no modelo (9) em comparação ao modelo (8), indicando melhorias no ajuste com a adição da variável de posição sociológica para as duas avaliações abordadas (Figura 2).

Figura 2 – Valores observados e estimados de diâmetros ao longo do fuste e estatísticas de qualidade, das equações (8) e (9), nas avaliações 1 e 2.



Por fim, a equação (9) apresentou resultados mais acurados não somente em relação a estimativa do diâmetro ao longo do perfil da árvore como também na estimativa do volume individual das árvores (m^3) (Tabela 6).

Tabela 6 – Estatísticas de acurácia aplicadas para avaliar o diâmetro ao longo do fuste (cm) e o volume individual das árvores (m^3), estimados pelas funções de afilamento.

Equação	Base (av.)	di (cm)			volume (m^3)		
		RMSE (%)	MAE (%)	T (%)	RMSE (%)	MAE (%)	T (%)
Eq. (8)	Aj.(av.1)	5,6769	6,3189	-0,3329	8,5483	6,6728	0,4437
Eq. (9)		5,5900	6,0657	-0,4220	8,4738	6,5680	0,2811
Eq. (8)	Val.(av.1)	4,9419	5,8524	0,3946	6,4912	5,9463	2,3415
Eq. (9)		4,7636	5,5460	0,3962	6,2153	5,8024	2,2422
Eq. (8)	Aj.(av.2)	5,1222	5,6114	-0,5176	7,4706	6,1117	0,4937
Eq. (9)		5,0602	5,3601	-0,5107	7,4047	6,0907	0,3978
Eq. (8)	Val.(av.2)	5,8708	6,7265	0,3648	8,4942	6,5558	1,1900
Eq. (9)		5,6624	6,4681	0,4147	8,2180	6,3917	1,1618

Base (av.) refere-se à base de dados utilizada, ajuste (Aj.) ou validação (Val.), e o método de avaliação utilizado, avaliação 1 (av.1) ou avaliação 2 (av.2).

3.2 Calibração do modelo com inclusão do diâmetro superior

Ao calibrar o modelo (9) com os diferentes diâmetros superiores, o diâmetro superior na altura de 6 m ($ds = 6m$) foi o que apresentou, em média, melhor resultado nas estatísticas (RMSE, MAE e T), considerando diâmetros ao longo do fuste (cm) e volume individual das árvores (m^3), nas duas abordagens de avaliação sendo, portanto, selecionado dentre os demais. Considerando $ds = 6m$, o parâmetro médio a_0 foi alterado para o parâmetro a'_0 , específico por árvore, o que ocasionou melhoria nas estatísticas em comparação ao modelo (6) não calibrado (Tabela 7). O exemplo a seguir mostra o procedimento realizado para calcular o parâmetro a'_0 , específico por árvore:

Exemplo de calibração do modelo (9) considerando o ds obtido na altura de 6 m.

1. Considere uma árvore selecionada aleatoriamente na base de dados:

Árvore do tratamento DP, com $dap = 39,4$ cm e $ht = 33,9$ m.

2. Utilizando a equação (9), ajustada na avaliação 1, os valores de d_i estimados seriam obtidos por:

$$d_i = a_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x \left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_4 (ps) \right]$$

$$d_i = 0,5519 dap^{1,2131} 0,9953^{dap} x \left[0,6859 z^2 - 0,2954 \ln(z+0,001) + 0,0558 \left(\frac{dap}{ht} \right) - 0,0508 (ps) \right]$$

3. No entanto, a calibração permite que o parâmetro a_0 (0,5519) seja específico por árvore (a'_0). Utilizando o d_s na altura de 6m (correspondente à 32,73 cm para esta árvore), as seguintes restrições são aplicadas:

$$d_{i_{6m}} = 32,73 \text{ cm}$$

$$h_{i_{6m}} = 6m$$

4. As restrições são aplicadas nas variáveis do modelo:

$$x_{6m} = \frac{(1 - \sqrt{h_{i_{6m}}/ht})}{(1 - \sqrt{1,3/ht})} = \frac{(1 - \sqrt{6/33,9})}{(1 - \sqrt{1,3/33,9})} = 0,7204$$

$$z_{6m} = \frac{h_{i_{6m}}}{ht} = \frac{6}{33,9} = 0,1770$$

5. O parâmetro a_0 é isolado e as restrições são aplicadas para obter a'_0 da árvore exemplificada (para esta árvore, $ps = 1,2590$).

$$a'_0 = \frac{d_{i_{6m}}}{dap^{a_1} a_2^{dap} x_{6m} \left[\beta_1 z_{6m}^2 + \beta_2 \ln(z_{6m}+0,001) + \beta_3 (dap/ht) + \beta_4 (ps) \right]}$$

$$a'_0 = \frac{32,73}{39,4^{1,2131} 0,9953^{39,4} 0,7204 \left[0,6859 (0,1770)^2 - 0,2954 \ln(0,1770+0,001) + 0,0558 \left(\frac{39,4}{33,9} \right) - 0,0508 (1,2590) \right]}$$

$$a'_0 = 0,5443$$

6. Substitui o parâmetro a'_0 , específico por árvore, pelo parâmetro a_0 e obtém o modelo calibrado da árvore exemplificada:

$$d_i = a'_0 dap^{a_1} a_2^{dap} x \left[\beta_1 z^2 + \beta_2 \ln(z+0,001) + \beta_3 \left(\frac{dap}{ht} \right) + \beta_4 (ps) \right]$$

$$d_i = 0,5443 dap^{1,2131} 0,9953^{dap} x \left[0,6859 z^2 - 0,2954 \ln(z+0,001) + 0,0558 \left(\frac{dap}{ht} \right) - 0,0508 (ps) \right]$$

7. De maneira similar, o parâmetro a'_0 é calculado para as demais árvores do povoamento e substituído no lugar do parâmetro a_0 do modelo (9).

Tabela 7 – Estatísticas de acurácia aplicadas para avaliar o diâmetro ao longo do fuste (cm) e o volume individual das árvores (m³), estimados pela equação (6) não calibrada e calibrada.

Equação	Base(av.)	di (cm)			volume (m ³)		
		RMSE (%)	MAE (%)	T (%)	RMSE (%)	MAE (%)	T (%)
Eq. (9)		5,5900	6,0657	-0,4220	8,4738	6,5680	0,2811
Eq. (9) +	Aj.(av.1)	5,3246	5,6325	-1,0199	5,1028	3,8434	-0,9853
ds = 6m							
Eq. (9)		4,7636	5,5460	0,3962	6,2153	5,8024	2,2422
Eq. (9) +	Val.(av.1)	4,6322	5,3520	-0,8974	3,8258	3,6477	-0,4348
ds = 6m							
Eq. (9)		5,0602	5,3601	-0,5107	7,4047	6,0907	0,3978
Eq. (9) +	Aj.(av.2)	4,9531	5,0725	-0,8047	4,9130	3,8500	-0,2755
ds = 6m							
Eq. (9)		5,6624	6,4681	0,4147	8,2180	6,3917	1,1618
Eq. (9) +	Val.(av.2)	5,2451	6,0355	-0,7147	4,5470	3,6015	-1,1827
ds = 6m							

Base(av.) refere-se à base de dados utilizada, ajuste (Aj.) ou validação (Val.), e o método de avaliação utilizado, avaliação 1 (av.1) ou avaliação 2 (av.2).

O erro do modelo generalizado e calibrado (Eq. (9) +ds = 6m) (Tabela 7) apresentou redução expressiva em relação ao modelo base (Eq. 8) (Tabela 6). Considerando as quatro condições analisadas (duas avaliações e bases de ajuste e validação), o RMSE e o MAE reduziram, em média, 3,2 % e 2,6 % nas estimativas de volume (m³), respectivamente.

Além das estatísticas avaliadas, a análise gráfica dos resíduos foi realizada de forma geral e dentro de cada tratamento de desbaste (SD, DM, DP e DE). Nos métodos

de avaliação 1 e 2, os resíduos gerados em relação ao volume ao longo do fuste, para a base de validação, podem ser observados nas Figuras 3 e 4, respectivamente.

Figura 3 – Resíduos padronizados de v_i estimados pela equação (9) e equação (9) + $ds = 6$ m (calibrada), na base de validação, considerando a avaliação 1.

Avaliação 1

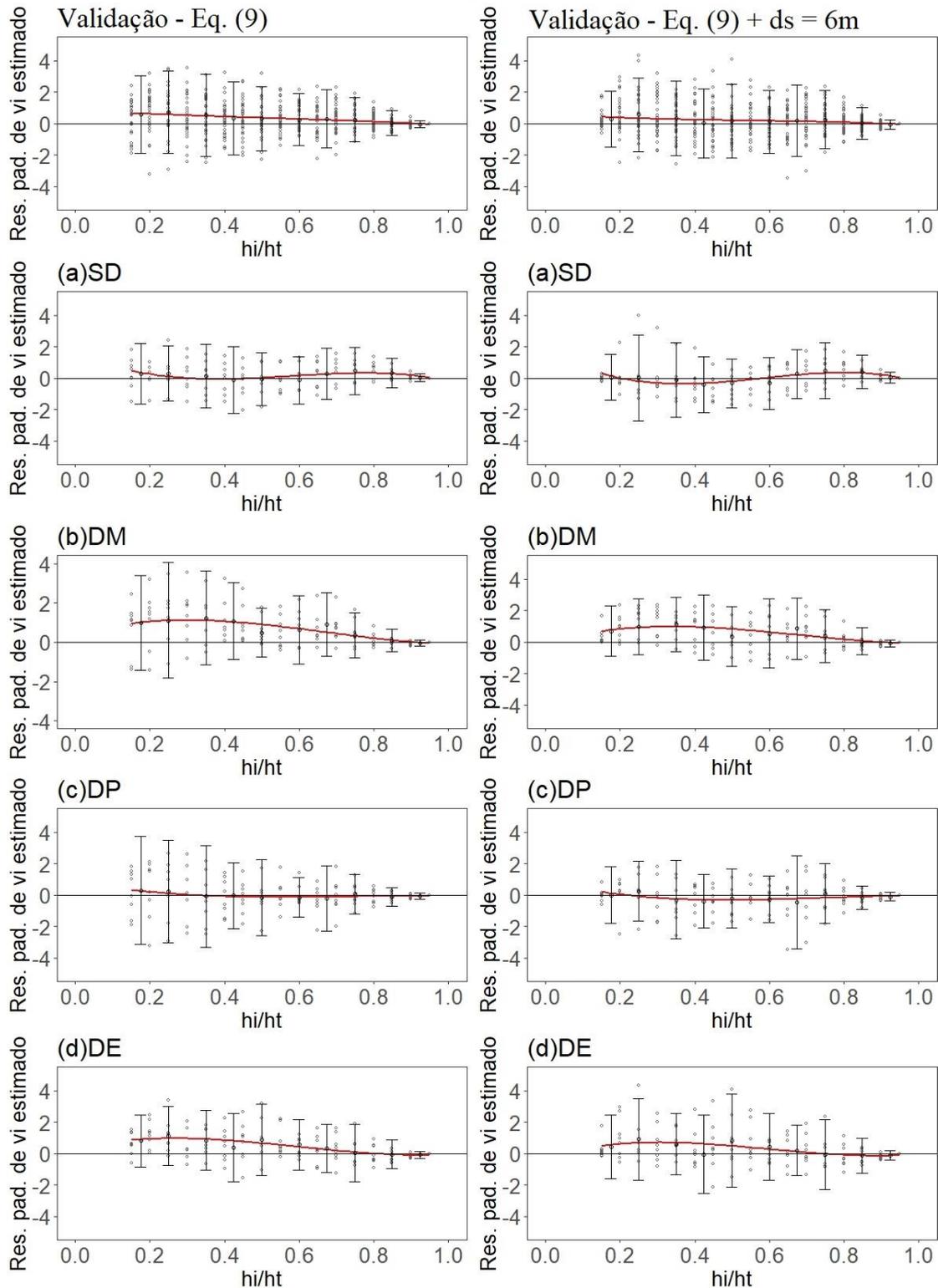
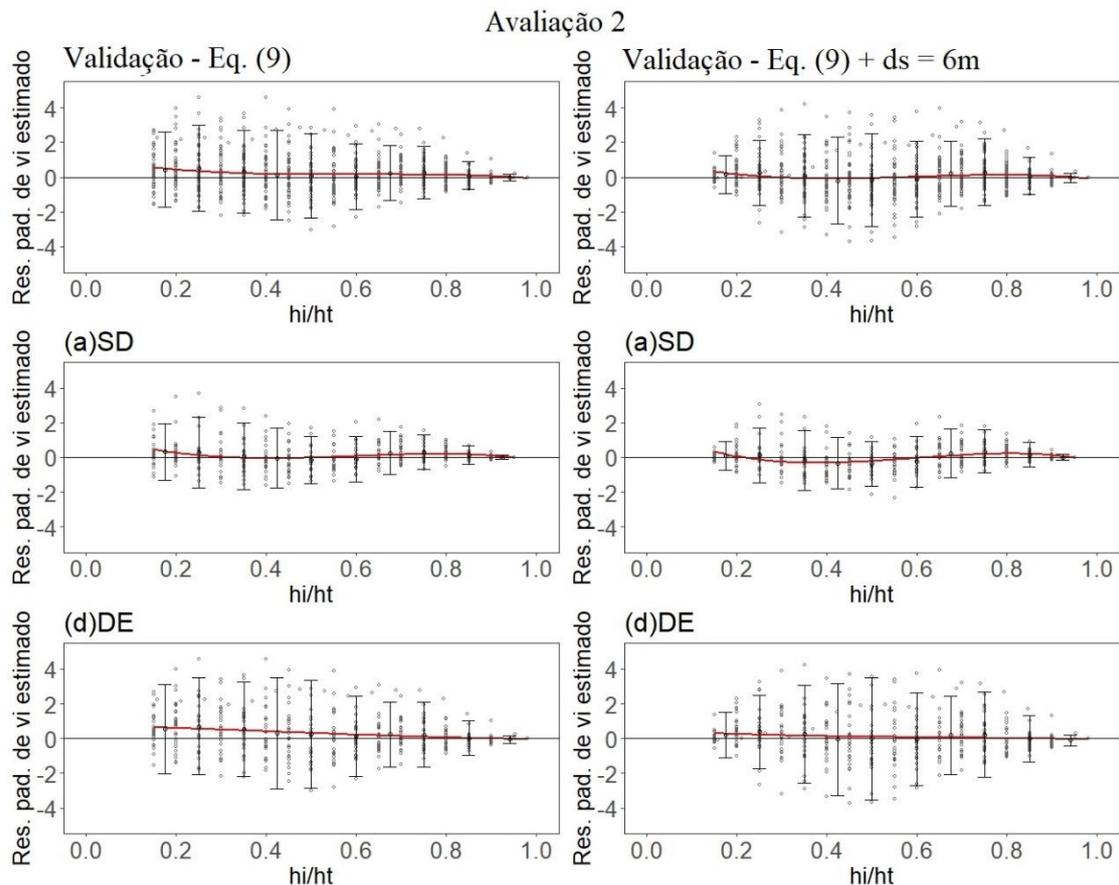


Figura 4 – Resíduos padronizados de v_i estimados pela equação (9) e equação (9) + $ds = 6$ m (calibrada), na base de validação, considerando a avaliação 2.



A calibração do modelo com a restrição algébrica melhorou o modelo em todas as situações, considerando as estatísticas RMSE (%) e MAE (%) (Tabela 7 e Figuras 3 e 4). A melhoria do modelo calibrado, em comparação com o modelo (9), foi observada, principalmente, na parte inferior do fuste das árvores (Figuras 3 a 4), ou seja, na sessão em que há maiores dimensões e maior valor econômico agregado.

4. DISCUSSÃO

O manejo florestal intensivo, com condução de desbastes e podas, é aplicado aos plantios de pinus no Brasil, visando obter madeira para múltiplos produtos (RETSLAFF et al., 2016; DOBNER JR; QUADROS, 2019) e atender demandas específicas, como os setores da indústria madeireira, de celulose e papel, dentre outros (IBÁ, 2019). A descrição precisa do afilamento do fuste das árvores é imprescindível para o sortimento adequado, no entanto, é dificultada pela variação da forma ao longo do fuste e por fatores externos, como diferentes regimes de desbaste (MACHADO et al., 2004). Neste estudo,

foi avaliada a inserção de variáveis do povoamento e a calibração com um diâmetro superior extra na função de expoente variável de Kozak (1988), para modelar o afilamento de árvores em povoamentos não desbastados e desbastados em diferentes intensidades, compostos com a espécie *Pinus taeda*, que está entre as mais utilizadas em povoamentos de pinus no país (CI FLORESTAS, 2020).

Os modelos de expoente variável têm apresentado resultados precisos e acurados nas estimativas de afilamento e sortimento de árvores. Souza et al. (2018) testaram quatro modelos não lineares na predição do afilamento do fuste de três genótipos de eucalipto e selecionaram o modelo de Kozak (1988) em relação aos demais. Costa et al. (2016) ajustaram funções de afilamento simples e de expoente variável e verificaram que o modelo de Kozak (1988) foi superior aos demais nas estimativas de diâmetros e volume até o ponto de inserção da copa de árvores de *Araucaria angustifolia*. Como o objetivo do estudo não era testar diferentes modelos, o modelo de Kozak (1988) foi considerado como o modelo base e apresentou desempenho satisfatório na predição de diâmetros e volumes.

Apesar do bom desempenho dos modelos de expoente variável, Liu et al. (2020a) destacam que a adição de parâmetros do povoamento pode trazer maior flexibilidade em relação ao modelo puramente matemático, por considerar parte da variabilidade das condições específicas do local e das árvores. O modelo base utilizado neste estudo, apresentou resultados precisos, indicando que as variáveis de dap e ht conseguiram expressar bom controle natural da forma, no entanto, ao incluir a variável de posição sociológica, as estatísticas melhoraram (Tabela 6). A posição sociológica retratou o efeito acumulado do desbaste, poda e crescimento das árvores no afilamento. Uma possível explicação para a variável posição sociológica ter ocasionado maior ganho preditivo do modelo em relação às demais, está associada ao tipo de desbaste empregado. O desbaste pelo alto favorece maior desenvolvimento das árvores potenciais em relação às demais (DOBNER JR, 2015), aumentando a variabilidade quanto à posição sociológica entre as árvores remanescentes.

Além disso, é possível verificar que as variáveis selecionadas para incorporação nas funções de afilamento variam de acordo com os dados e regiões, por exemplo, Tasissa e Burkhart (1998) e Liu et al. (2020a) incluíram a idade das árvores no modelo e Scolforo et al (2018a) e Liu et al. (2020b) testaram a inclusão de variáveis climáticas, no entanto, não foi possível fazer o mesmo neste estudo, pois as árvores apresentavam uma única

idade (30 anos) e se localizavam em uma única micro-região. Embora a inclusão de variáveis que expressam densidade do povoamento como preditores dos modelos tenha sido considerada (JIANG; LIU, 2011; SHARMA, 2020), as variáveis de índice de espaçamento relativo e índice de desbaste foram não significativas ou acarretaram em poucas melhorias nas diversas combinações testadas. O mesmo ocorreu para o índice de uniformidade que visou captar a variabilidade de acordo com a amplitude diamétrica das parcelas. A variável altura dominante, proposta para representar a produtividade local, apresentou pouca diferença entre as parcelas analisadas e, portanto, não foi selecionada para compor o modelo.

A inclusão de variáveis em nível de árvore ou povoamento tem como vantagem a facilidade de obtenção da informação, muitas vezes, proveniente de dados coletados no inventário florestal, como o dg e o dap das árvores, únicas informações necessárias para obter a variável de posição sociológica. A inclusão de um diâmetro superior na modelagem pode gerar estimativas mais acuradas (RODIL, ARANDA E BURKHART, 2017). Embora esta variável não seja comumente coletada no inventário florestal, dendrômetros ópticos (NICOLETTI; CARVALHO; BATISTA, 2012), varreduras com laser terrestre (PESCK et al., 2019) ou o desenvolvimento de instrumentos manuais e práticos podem viabilizar a coleta da informação de modo não destrutivo.

A incorporação do diâmetro superior no modelo (ou calibração do modelo) pode ser realizada por diferentes metodologias, como as abordadas no estudo de Cao e Wang (2015). Ao inserir o diâmetro superior localizado na altura de 6 m do fuste, pelo método da restrição algébrica (Cao, 2009), foi verificada melhoria nas estatísticas (Tabela 7) e análise residual dos volumes (Figuras 4 a 5). Utilizando o mesmo método, Rodil, Aranda e Burkhart (2017) também verificaram a melhoria do modelo, alertando a necessidade de uma mensuração precisa para não ocasionar erros na modelagem.

As predições do modelo com a variável de posição sociológica e com a calibração realizada pela restrição algébrica indicaram melhorias, principalmente, na parte inferior do fuste das árvores, onde se localiza as toras com maiores dimensões e valor agregado (DOBNER JR; QUADROS, 2019). Além disso, o modelo pôde ser aplicado de forma generalizada, considerando as duas abordagens de separação de dados para a validação, demonstrando a sua flexibilidade que, de acordo com Gomat et al. (2011) representa grande importância na aplicação prática para os manejadores florestais.

Futuros estudos podem ser realizados, utilizando outras espécies e testando outras variáveis ecofisiológicas e posições do diâmetro superior. A equação obtida neste estudo é apropriada para povoamentos de *Pinus taeda* com idade próxima a 30 anos, submetidos a diferentes regimes de desbaste.

5. CONCLUSÃO

A metodologia desenvolvida combinou a generalização (inclusão da posição sociológica no expoente do modelo) e a calibração pelo método da restrição algébrica (utilizando um diâmetro superior localizado à 6 metros de altura no fuste). A variável posição sociológica é obtida com informações disponíveis no inventário florestal (dap e dg), dispensando acréscimo de custo na coleta de dados no campo. De modo contrário, a obtenção do diâmetro superior aos 6 metros, exige uma coleta extra no campo, mas pode ser viabilizada por um método não destrutivo e o custo pode ser justificado devido ao ganho de acurácia nas estimativas de volume na seção inferior do fuste, considerada a parte de maior valor econômico agregado.

A equação resultante pode ser utilizada em árvores de *Pinus taeda*, situadas em povoamentos não desbastados e desbastados em diferentes intensidades, pela metodologia de desbaste pelo alto, no sul do Brasil. A capacidade de extrapolação da abordagem metodológica desenvolvida é válida, viabilizando implementação com outras espécies e alternativas de manejo.

REFERÊNCIAS

ALVARES, C. A. *et al.* Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Berlin, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**. Oxford: Pergamon Press, 506 p. 1970.

BI, H. Q. Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalypts. *Forest Science*, Lawrence, v. 46, n. 3, p.397–409, 2000. DOI: 10.1093/forestscience/46.3.397

BRAGA, S. R. B.; OLIVEIRA, M. L. R.; GÖRGENS, E. B. **forestmangr: Forest Mensuration and Management**. R package version 0.9.2. 2020 <https://CRAN.R-project.org/package=forestmangr>

CAO, Q. V. Calibrating a segmented taper equation with two diameter measurements. **Southern Journal of Applied Forestry**, Oklahoma, v. 33, n. 2, p. 58–61, 2009. DOI: 10.1093/sjaf/33.2.58

CAO, Q.V.; WANG, J. Evaluation of methods for calibrating a tree taper equation. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 2, p. 213–219, 2015. DOI: 10.5849/forsci.14-008

CI FLORESTAS. 2020. **Site oficial do Centro de Inteligência em Florestas**. Disponível em <http://www.ciflorestas.com.br/texto.php?p=pinus> (acesso em 01 de junho de 2020).

COSTA, E. A. *et al.* Função de afilamento e sortimentos de madeira para *Araucaria angustifolia*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 26, n. 2, p. 523-533, 2016. DOI: 10.5902/1980509822753

DAVID, H. C. *et al.* Intensive management for optimizing the production of high-value logs of pine forests in southern Brazil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 3, p. 1303-1316, 2018. DOI: 10.5902/1980509833352

DOBNER JR, M. **Crown thinning effects on growth and wood quality of Pinus taeda stands in southern Brazil**. 211 p. Tese de doutorado da Faculty of Environment and Natural Resources, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg im Breisgau, Germany, 2013.

DOBNER JR, M. **Desbaste pelo alto: uma alternativa rentável para povoamentos de Pinus taeda no Sul do Brasil**. Pomerode, SC: Imprensa Mayer, 28 p., 2015. ISBN:978-85-919079-0-8

DOBNER JR, M.; QUADROS, D. S. Economic performance of loblolly pine stands in southern Brazil as a result of different crown thinning intensities. **Revista Árvore**, Viçosa, v.43, n.2, 2019. DOI: 10.1590/1806-90882019000200004

EMBRAPA Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisas Florestais. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba, 113 p., 1998.

FERREIRA, G. W. D. *et al.* Thinning effects on taper of *Eremanthus incanus* (Less.) Less. in natural stands. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 35, p. 1707-1720, 2014. DOI: 10.5433/1679-0359.2014v35n4p1707

GOMAT, H. Y. *et al.* What factors influence the stem taper of Eucalyptus: growth, environmental conditions, or genetics? **Annals of Forest Science**, Champenoux, v.68, n. 1, p. 109–120, feb, 2011. DOI: 10.1007/s13595-011-0012-3.

IBÁ. Indústria Brasileira de Árvores. **Relatório da IBÁ 2019, ano base 2018**, 2019.

JIANG, L.; LIU, R. Segmented taper equations with crown ratio and stand density for Dahurian Larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China. **Journal of Forestry Research**, Cairo, v. 22, n. 3, p. 347–352, 2011. DOI: 10.1007/s11676-011-0178-4

KOZAK, A. Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 28, p. 1078–1083, 1998.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **The Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 4, p. 507-515, july/aug., 2004. DOI: 10.5558 / tfc80507-4.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science**, Lawrence, v. 1; n. 9(suppl_2):a0001-42.1969, dec, 1963.

LIU, Y.; *et al.* Tree profile equations are significantly improved when adding tree age and stocking degree: an example for *Larix gmelinii* in the Greater Khingan Mountains of Inner Mongolia, northeast China. **European Journal of Forest Research**, Heidelberg, v. 139, n 3, 443-458, feb, 2020a. DOI: 10.1007/s10342-020-01261-z.

LIU, Y. *et al.* Incorporating climate effects in *Larix gmelinii* improves stem taper models in the Greater Khingan Mountains of Inner Mongolia, northeast China. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 464, 118065, 2020b. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.118065

MACHADO, S.A. *et al.* Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa* Schiede. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, v. 48, p. 41-64, 2004.

MEHTÄTALO, L., 2019. **lmfor: Functions for Forest Biometrics**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/lmfor/lmfor.pdf>.

NICOLETTI, M. F.; CARVALHO, S. P. C.; BATISTA, J. L. F. Revisão bibliográfica sobre métodos não-destrutivos de cubagem de árvores em pé visando à determinação da

biomassa. **Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal**, Garça, v. 20, n. 1, p.102-116, 2012.

OLIVEIRA L. C. **Erosão hídrica e alguns processos hidrológicos em plantios de pinus, mata, campo nativo e estrada florestal**. 93 p. Tese de doutorado da Universidade de Santa Catarina, Lages, SC, 2012.

PESCK, V. A. *et al.* Detecção automática de árvores em unidades amostrais a partir de varredura simples com laser terrestre. **Pesquisa florestal brasileira**, Colombo, v. 39, e2018001730, p. 1-11, 2019. DOI: 10.4336/2019.pfb.39e201801730

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. Disponível em <https://www.R-project.org/>. (acesso em 09 de outubro de 2019).

RETSLAFF, F. A. S. *et al.* Growth and yield prognosis in diameter classes for thinning Eucalyptus grandis stands in Brazil South . **Revista Árvore**, Viçosa, , v. 36, n. 4, p. 719–732, 2012. DOI: 0.1590/S0100-67622012000400013.

RODIL, M.; ARANDA, U.; BURKHART, H. E. Effects of Measurement Error in Total Tree Height and Upper-Stem Diameter on Stem Volume Prediction. **Forest Science**, Lawrence, v. 63, n. 3, p. 250–260, 2017. DOI: 10.5849/FS-2016-087

SABATIA, C. O.; H. E. BURKHART. On the use of upper stem diameters to localize a segmented taper equation to new trees. **Forest Science**, Lawrence, v. 61, n. 3, p. 411–423, 2015. DOI: 10.5849/forsci.14-039

SCHNEIDER, R. *et al.* Climate-induced changes in the stem form of 5 North American tree species. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 427, p. 446-455, 2018. DOI: 10.1016/j.foreco.2017.12.026.

SCOLFORO, H. F. *et al.* Comparison of taper functions applied to eucalypts of varying genetics in Brazil: Application and evaluation of the penalized mixed spline approach. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 1, p. cjfr-2017-0366, 2018b. DOI: 10.1139/cjfr-2017-0366

SCOLFORO, H. F. *et al.* Generalized stem taper and tree volume equations applied to eucalyptus of varying genetics in Brazil. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 49, p. 447-462, 2018a. DOI: 10.1007/s13595-011-0012-3.

SHARMA, M. Incorporating stand density effects in modelling the taper of red pine plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 50, n. 8, p. 751-759, 2020. DOI: 10.1139/cjfr-2020-0064

SHARMA, M.; PARTON, J. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 249, n. 3, 2007. DOI: 10.1016/j.foreco.2007.05.006.

SOARES, C. P. B.; NETO, F. de P.; SOUZA, A. L. de. **Dendrometria e inventário florestal**. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, ed.2, 272 p. 2011.

SOUZA, G. S. A. *et al.* Evaluation of non-linear taper equations for predicting the diameter of eucalyptus trees. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 42, n. 1, e420102, 2018. DOI: 10.1590/1806-90882018000100002.

TASSISSA, G.; BURKHART, H. E. Juvenile-mature wood demarcation in loblolly pine trees. **Wood and Fiber Science**, Madison, v. 30, n. 2, p. 119-127, 1998.

WICKHAM, H. **ggplot2: Elegant graphics for data analysis**. 2016. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>. (acesso em 09 de abril de 2020).

ZHAO, D; KANE, M. New Variable-Top Merchantable Volume and Weight Equations Derived Directly from Cumulative Relative Profiles for Loblolly Pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 63, n. 3, p. 261–269, 2017. DOI: 10.5849/FS-2016-076

ARTIGO 3: Modelo de crescimento em área basal com inserção de homogeneidade para povoamentos não desbastados e desbastados de *Pinus taeda* no sul do Brasil

RESUMO

Os modelos de crescimento em área basal auxiliam os manejadores florestais, na obtenção de estimativas da produtividade ao longo dos anos e na exploração de opções silviculturais. Estudos demonstram que a heterogeneidade entre plantas interfere na produtividade do povoamento, no entanto, essa informação não tem sido considerada nos modelos. O trabalho apresenta um novo formato de modelagem de crescimento. Este formato contempla o efeito da heterogeneidade na produtividade final do povoamento e foi desenvolvido para povoamentos não desbastados e desbastados de *Pinus taeda* no sul do Brasil. Os dados utilizados provêm de um experimento em fatorial 3x3, com os fatores densidade de plantio (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹) e desbaste (sem desbaste, desbaste em intensidade média e desbaste em intensidade pesada). As distribuições diamétricas, obtidas pela função de Weibull com dois parâmetros e ajustada pelo método dos percentis, foram utilizadas para representar a homogeneidade. Os diâmetros utilizados no método de ajuste (localizados nos percentis 10 e 63) foram inseridos no modelo de crescimento em área basal, reduzindo o erro médio absoluto e a raiz quadrada do erro médio, em média, de 4,8433 m².ha⁻¹ para 2,7702 m².ha⁻¹ em relação às estimativas preditas e de 4,3139 m².ha⁻¹ para 2,6984 m².ha⁻¹ em relação às estimativas projetadas. A validação da equação com inserção da homogeneidade foi realizada pelo método *Bootstrap* com 100 amostras aleatórias. O estudo propiciou uma equação simultânea, compatível em predição e projeção, com a inclusão da homogeneidade, recomendada para estimar o crescimento em área basal de povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil.

PALAVRAS-CHAVE: distribuição diamétrica de Weibull, método dos percentis, modelo simultâneo, uniformidade do povoamento.

Basal area growth model with homogeneity to thinned and un-thinned stands at south Brazil

ABSTRACT

Basal area growth models aid foresters to estimate yield over the years on the management options. Studies have shown that plant variability affect stand yield; even though this information is not used on the models. This study presents a new approach to model growth. It encompasses heterogeneity effect on final yield to thinned and un-thinned *Pinus taeda* stands at south Brazil. Data was from a factorial experiment 3 x 3. The factors were planting density (2500, 1250, 625 trees.ha⁻¹) and thinning (no thinning, low intensity thinning, high intensity thinning). Diameter distributions, obtained from 2-parameter Weibull function fitted with the percentile method were used to describe homogeneity. The diameters used for fitting (10 and 63 percentiles) were inserted on the basal area growth model, reducing the mean absolute error and the root mean squared error, on average, from 4.8433 m².ha⁻¹ to 2.7702 m².ha⁻¹ in relation to the predicted estimates and from 4.3139 m².ha⁻¹ to 2,6984 m².ha⁻¹ in relation to the projected estimates. Validation of the approach was done using the *Boostrap* method with 100 random samples. The study provided a simultaneous equation, compatible to prediction and projection, recommended to estimate basal area growth of *Pinus taeda* stands at south Brazil.

KEYWORDS: Weibull diametric distribution, percentile method, simultaneous model, stand's uniformity.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem do crescimento florestal é uma importante ferramenta que auxilia na predição, projeção e simulação do desenvolvimento dos povoamentos ao longo dos anos (WEISKITTEL et al., 2011). Modelos deste tipo podem ser agrupados em diferentes níveis de resolução, como o nível de povoamento, de classe diamétrica e de árvore individual (BURKHART; TOMÉ, 2012). A simplicidade e robustez dos modelos no nível de povoamento, no entanto, caracteriza vantagens deste em relação aos demais. Essa alternativa requer um menor número de informações como entrada para o modelo e resulta em simulações precisas e com ampla utilização no manejo florestal (PENG et al., 2000; SUN et al., 2007).

Alguns exemplos de modelos de povoamento podem ser vistos na literatura. Lam e Guan (2020) modelaram o crescimento da área basal do povoamento utilizando um modelo não linear de efeitos mistos. Os autores utilizaram dados de povoamentos de *Cryptomeria japonica*, com quatro densidades de plantio, em Taiwan. Trilleras e Aguirre (2020) compararam nove modelos de crescimento em área basal para povoamentos não desbastados e desbastados de *Eucalyptus tereticornis* na Colômbia. Os autores concluíram que a equação mais acurada para os povoamentos não desbastados, explicou a área basal em função da idade, densidade e altura dominante e para os povoamentos desbastados, a área basal foi explicada por um índice de competição, dependente da idade e altura dominante do povoamento.

Os modelos representam uma abstração da dinâmica dos povoamentos florestais, visando imitar a realidade (VANCLAY, 1994). No entanto, não contemplam a heterogeneidade. Esta tem um impacto direto na produção florestal. Hakamada et al. (2015) analisaram a relação entre a homogeneidade e a produtividade em povoamentos clonais localizados em três estados do Brasil. O estudo demonstrou que a heterogeneidade interfere negativamente na produtividade em nível de povoamento. Sun et al. (2018), utilizando dados de povoamentos de *Sassafras tzumu* na China, também verificaram a perda de produtividade em nível de povoamento, relacionada ao aumento da heterogeneidade entre as árvores.

O aumento da competição ocasiona maior desigualdade de crescimento entre as árvores, resultando em povoamentos mais heterogêneos. À medida que os recursos (água, luz e nutrientes) se tornam menos disponíveis, os indivíduos dominados apresentam menor eficiência na utilização destes, em comparação aos indivíduos dominantes (RYAN

et al., 2010). Campoe et al. (2013) observaram eficiência desproporcionalmente maior no uso da luminosidade das 20% maiores árvores em relação às 20% menores árvores do povoamento. Binkley et al. (2003) verificaram uma taxa mais lenta no crescimento das árvores suprimidas em comparação às dominantes.

Diferentes regimes de manejo contribuem para a alteração da competição nos povoamentos. Com a remoção de árvores nos desbastes, os povoamentos tendem a reduzir a competição e apresentar árvores de maior tamanho após um determinado período de tempo (MCTAGUE et al., 1989). Povoamentos menos adensados também apresentam o mesmo comportamento descrito (DAVID et al., 2018). O manejo florestal intensivo pode ser observado em alguns povoamentos de pinus no sul do Brasil (RETSLAFF et al., 2016; SCHNEIDER et al., 2018; DOBNER JR; QUADROS, 2019), cujos principais objetivos são fornecer produtos para o setor de serraria e celulose (IBÁ, 2019). O gênero pinus é o segundo mais plantado no Brasil, ficando atrás somente do gênero eucalipto. Mais de 80% das áreas de plantio de pinus se localizam na região sul do país (IBÁ, 2019).

O estudo buscou propiciar um novo conceito de inserção do efeito da homogeneidade no crescimento florestal, permitindo assim simular como a qualidade silvicultural reflete na produtividade do povoamento. Desta forma, o objetivo foi desenvolver um modelo simultâneo de crescimento em área basal que considere a homogeneidade para povoamentos de *Pinus taeda*, conduzidos sob diferentes regimes de manejo, no sul do Brasil.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Área de estudo

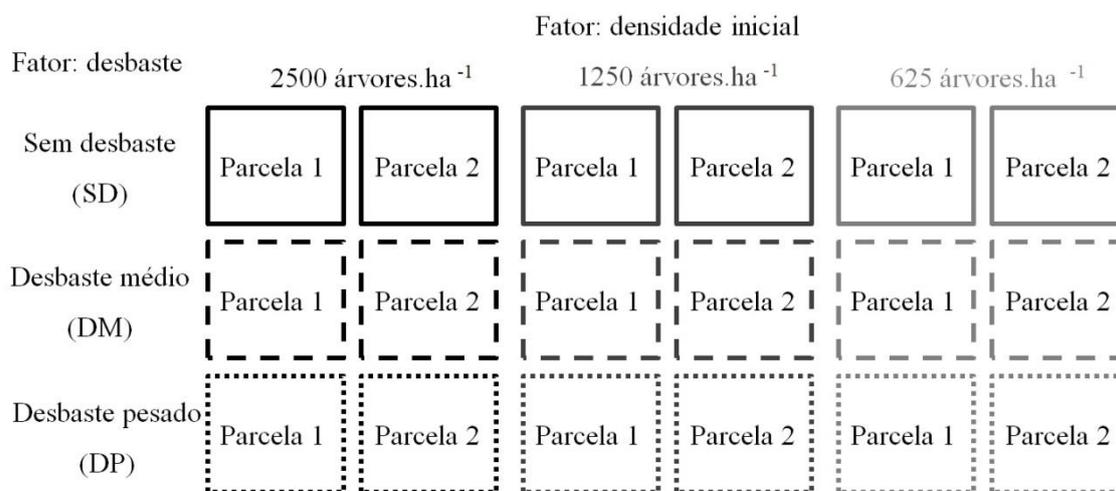
A área de estudo está situada no município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina, sul do Brasil (lat. 27°59'33''S, long. 50°54'16''W). A região apresenta clima temperado úmido com verão temperado (Cfb, pela classificação climática de Köppen) e é caracterizada pela ausência de estação seca, temperatura média máxima de 22°C no mês mais quente e temperatura média inferior a 10°C em pelo menos 4 meses ao longo do ano (ALVARES et al., 2014). A ocorrência de geadas é frequente, variando de 2 a 29 eventos por ano (EMBRAPA, 1998; DOBNER JR, 2013). A altitude é de ~ 1017 m acima do nível do mar e o relevo é ondulado. Os solos na região se classificam em Neossolo Litólico, Latossolo Bruno e Nitossolo Háplico (OLIVEIRA, 2012; DOBNER JR, 2013).

2.2. Caracterização do experimento

Os dados provêm de povoamentos de *Pinus taeda*, conduzidos em um experimento fatorial 3 x 3 com 2 repetições (parcelas), implantado no ano de 1984. As parcelas foram estabelecidas com aproximadamente 2.000 m², com área útil de aproximadamente 1.000 m². Os fatores do experimento foram o desbaste e a densidade de plantio.

O fator desbaste se dividiu em três níveis: (I) sem desbaste (SD), representando a testemunha do experimento; (II) desbaste em intensidade média (DM); (III) desbaste em intensidade pesada (DP). O fator densidade de plantio apresentou os níveis de 2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹. Desta forma, o experimento é composto por nove tratamentos, advindos da combinação entre os fatores, e dezoito parcelas, pois cada tratamento apresenta duas repetições (Figura 1).

Figura 1 – Experimento em esquema fatorial 3x3 com duas repetições, com os fatores desbaste e densidade inicial.



Na Tabela 1, está representada a porcentagem de remoção de árvores em cada tratamento, calculada pela razão entre as árvores removidas em cada desbaste e a densidade de plantio, multiplicada por 100.

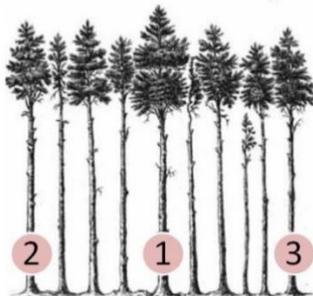
Tabela 1 – Porcentagem de remoção de árvores, ao longo dos anos, nos seis tratamentos que apresentaram desbaste pelo alto.

Tratamento	Parcela	Idade (anos)				Total
		5	8	12	27	
DM x 2500 árv.ha ⁻¹	1	18 %	16 %	11 %	6 %	51 %
	2	16 %	14 %	13 %	5 %	48 %
DM x 1250 árv.ha ⁻¹	1	-	24 %	22 %	11 %	57 %
	2	-	30 %	14 %	8 %	52 %
DM x 625 árv.ha ⁻¹	1	-	26 %	19 %	11 %	56 %
	2	-	31 %	25 %	8 %	64 %
DP x 2500 árv.ha ⁻¹	1	30 %	20 %	17 %	8 %	75 %
	2	35 %	15 %	9 %	12 %	71 %
DP x 1250 árv.ha ⁻¹	1	-	58 %	11 %	10 %	79 %
	2	-	54 %	10 %	11 %	75 %
DP x 625 árv.ha ⁻¹	1	-	66 %	-	9 %	75 %
	2	-	67 %	-	7 %	74 %

O desbaste empregado no experimento seguiu a metodologia do “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas” (DOBNER JR, 2015), em que 400 árvores.ha⁻¹, em cada parcela, foram selecionadas como potenciais (indivíduos dominantes, de boa qualidade e homoganeamente distribuídos no povoamento) na primeira etapa (Figura 2a) e, na sequência, árvores competidoras (indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais) foram selecionadas (Figura 2b) e removidas (Figura 2c), propiciando aberturas significativas no dossel do povoamento para que as árvores remanescentes se desenvolvam. Podas foram realizadas apenas nos tratamentos com desbaste, da seguinte forma: podas em todas as árvores até 2,5 m de altura aos 5 anos de idade e podas somente nas árvores potenciais selecionadas, até 6 m de altura aos 7 anos.

Figura 2 – Descrição das etapas consideradas na metodologia de desbaste pelo alto.

a) Seleção de três árvores potenciais



b) Seleção de árvores concorrentes/competidoras

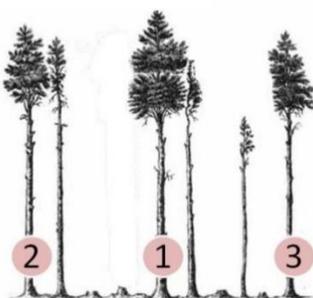
Duas concorrentes da árvore 1

Principal concorrente da árvore potencial 2

Principal concorrente da árvore potencial 3



c) Remoção das árvores concorrentes/competidoras



Fonte: Adaptado de Dobner Jr (2015)

2.3. Caracterização dos dados

Os dados de diâmetro em cm à altura de 1,3 m (dap), de todas as árvores das parcelas, foram mensurados dos 5 aos 33 anos de idade. No intervalo entre 5 e 17 anos, a coleta foi realizada anualmente. Posteriormente, a coleta foi realizada aos 19, 27, 30, 31, 32 e 33 anos. A altura dominante (hd) em m das parcelas foi obtida considerando a altura média das 100 árvores com maior dap por hectare (ASSMANN, 1970) nos anos de 10, 12 e 27 anos. Para as demais idades, essa variável foi estimada pela equação ajustada, obtida no estudo de Nascimento et al. (2015).

A descrição dos dados, considerando os nove tratamentos, está na Tabela 2.

Tabela 2 – Valor mínimo (Mín.), máximo (Máx.), médio (Méd.) e desvio padrão das variáveis obtidas em povoamentos de *Pinus taeda* não desbastados e desbastados.

Variável	Mín.	Máx.	Méd.	Desvio Padrão
dap (cm)	1,5	74,0	23,8	10,3
hd (m)	6,0	31,6	19,4	8,0
G (m ² . ha ⁻¹)	7,8	93,9	42,8	17,2
N (ár.v.ha ⁻¹)	126	2512	819	561
I (anos)	5	33	16	9

N (ár.v. ha⁻¹): número de árvores. ha⁻¹ da parcela em cada idade. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

2.4. Predição e projeção simultânea da área basal

O modelo de área basal segue o modelo base de Schumacher, em que a área basal é estimada em função da idade, altura dominante, densidade de povoamento e intensidade de desbaste, conforme expressão (1):

$$\ln(G) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{I} + \beta_2 \ln(hd) + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 \frac{N_t I_t}{I N_a} \quad (1)$$

onde β_{is} são os parâmetros do modelo; N_t é o número de árvores removidas no último desbaste; N_a é o número de árvores remanescentes após o último desbaste; I_t é a idade do último desbaste. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

O índice de desbaste ($(N_t I_t)/(I N_a)$), proposto por Pienaar e Shiver (1986), permite que o modelo seja utilizado em povoamentos não desbastados e desbastados, sobre uma ampla faixa de idade, qualidade do sítio, densidade e intensidade de desbaste. Esse índice considera a simulação de taxas de porcentagem de remoção de indivíduos em diferentes idades, o impacto que isto ocasionará em remoção de área basal e o crescimento que irá ocorrer após essa intervenção.

A partir deste modelo base, utilizado na predição, é possível impor restrições algébricas para obter o modelo de projeção na forma polimórfica. Ao considerar as condições de que $G = G_1$ na idade 1 (I_1) e $G = G_2$ na idade 2 (I_2) e isolar o termo β_1 é possível obter o modelo de projeção na forma polimórfica (2):

$$\ln(G_2) = \frac{I_1}{I_2} \ln(G_1) + \beta_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \beta_2 \left[\ln(hd_2) - \frac{I_1}{I_2} \ln(hd_1)\right] + \beta_3 \left[\ln(N_2) - \frac{I_1}{I_2} \ln(N_1)\right] + \beta_4 \left[\frac{N_t I_t}{I_2 N_a} - \frac{I_1}{I_2} \frac{N_t I_t}{I_1 N_a}\right] \quad (2)$$

onde G_2 é a área basal projetada ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$) para a idade futura (I_2); G_1 é a área basal ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$) na idade atual (I_1); hd_2 é a altura dominante na idade I_2 ; hd_1 é a altura dominante na idade I_1 ; N_2 é o número de indivíduos na idade I_2 ; N_1 é o número de indivíduos na idade I_1 ; N_t é o número de árvores removidas no último desbaste; N_a é o número de árvores remanescentes após o último desbaste; I_t é a idade do último desbaste. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

A técnica de ajuste simultâneo utilizada, objetivando a compatibilidade entre o modelo de predição e de projeção da área basal, foi apresentada por McTague et al. (2008) e Scolforo et al. (2019b). Nessa técnica, todos os pares de dados, em cada parcela, foram combinados para modelar o ajuste, auxiliando a modelagem do comportamento assintótico com mais segurança. Uma parcela com três idades de medições, por exemplo, possui três pareamentos (idades 1 e 2, 1 e 3 e 2 e 3). Para exemplificar a forma matricial (3), os modelos de predição (1) e projeção na forma polimórfica (2), foram considerados, em três intervalos de idade:

$$Y = \alpha_0 X_1 + \alpha_1 X_2 + \alpha_2 X_3 + \alpha_3 X_4 + \alpha_4 X_5 \quad (3)$$

Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	α
$\ln(G_{11})$	1	$\frac{1}{I_{11}}$	$\ln(hd_{11})$	$\ln(N_{11})$	$\frac{N_t I_t}{I_{11} N_a}$	α_0
$\ln(G_{12})$	1	$\frac{1}{I_{12}}$	$\ln(hd_{12})$	$\ln(N_{12})$	$\frac{N_t I_t}{I_{12} N_a}$	α_1
$\ln(G_{13})$	1	$\frac{1}{I_{13}}$	$\ln(hd_{13})$	$\ln(N_{13})$	$\frac{N_t I_t}{I_{13} N_a}$	α_2
$\ln(G_{12}) - \frac{I_{11}}{I_{12}} \ln(G_{11})$	0	$1 - \frac{I_{11}}{I_{12}}$	$\ln(hd_{12}) - \frac{I_{11}}{I_{12}} \ln(hd_{11})$	$\ln(N_{12}) - \frac{I_{11}}{I_{12}} \ln(N_{11})$	$\frac{N_t I_t}{I_{12} N_a} - \frac{I_{11}}{I_{12}} \frac{N_t I_t}{I_{11} N_a}$	α_3
$\ln(G_{13}) - \frac{I_{11}}{I_{13}} \ln(G_{11})$	0	$1 - \frac{I_{11}}{I_{13}}$	$\ln(hd_{13}) - \frac{I_{11}}{I_{13}} \ln(hd_{11})$	$\ln(N_{13}) - \frac{I_{11}}{I_{13}} \ln(N_{11})$	$\frac{N_t I_t}{I_{13} N_a} - \frac{I_{11}}{I_{13}} \frac{N_t I_t}{I_{11} N_a}$	α_4
$\ln(G_{13}) - \frac{I_{12}}{I_{13}} \ln(G_{12})$	0	$1 - \frac{I_{12}}{I_{13}}$	$\ln(hd_{13}) - \frac{I_{12}}{I_{13}} \ln(hd_{12})$	$\ln(N_{13}) - \frac{I_{12}}{I_{13}} \ln(N_{12})$	$\frac{N_t I_t}{I_{13} N_a} - \frac{I_{12}}{I_{13}} \frac{N_t I_t}{I_{12} N_a}$	

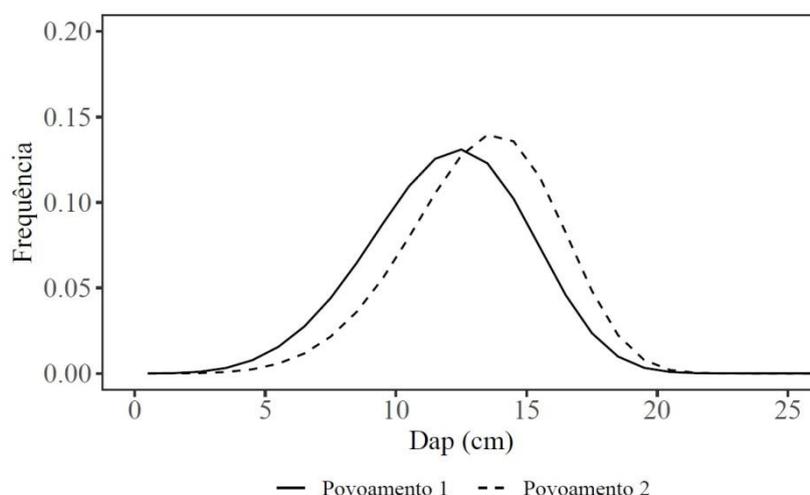
2.4.1 Predição e projeção simultânea da área basal contemplando efeito da homogeneidade de plantio

A homogeneidade está diretamente relacionada à produtividade de um talhão, de modo que, um aumento na desigualdade entre as árvores se associa à redução da taxa de crescimento (SUN et al. 2018), pois povoamentos heterogêneos apresentam maior número de árvores suprimidas, com maior probabilidade de morrer ao longo do tempo, em comparação às árvores maiores (BINKLEY et al., 2003).

De acordo com McTague e Bailey (1987) a distribuição diamétrica é capaz de identificar diferentes taxas de crescimento entre as parcelas, de modo que, quanto mais estreita e alta é a curva da distribuição diamétrica, mais homogênea é a parcela e, nessas condições, mais acelerado é o crescimento. O autor ainda aborda que os diâmetros localizados nos percentis 10 (d10) e 63 (d63), estão suficientemente afastados para fornecer a amplitude da distribuição e podem servir para identificar a heterogeneidade no crescimento florestal.

As abordagens comumente adotadas na modelagem do crescimento da área basal, pressupõem que povoamentos com a mesma área basal na idade 1, mesmo sítio florestal e mesma densidade, crescerão de forma idêntica. A Figura 3, no entanto, apresenta um exemplo de porque isso não é verdade para os povoamentos de *Pinus taeda*.

Figura 3 - Distribuição diamétrica em povoamentos de *Pinus taeda* com mesma densidade, altura dominante e área basal.



Para tornar a modelagem flexível em relação à homogeneidade das parcelas, as informações sobre as distribuições foram consideradas com a inclusão dos diâmetros d10 e d63. As distribuições diamétricas advindas destes percentis apresentaram relação com o índice de uniformidade PG50. Este índice foi proposto com a mesma metodologia utilizada no PV50 (HAKAMADA et al., 2015), no entanto, a variável considerada foi a área basal do povoamento e não o volume do povoamento. Sendo assim, modelar os percentis é mais simples do que modelar o índice de uniformidade. O modelo com os percentis trouxe o efeito da homogeneidade em três passos:

No primeiro passo, o percentil d10 foi inserido no conjunto de modelos de predição (1) e projeção (2) de área basal. Esse percentil representa as árvores dominadas e como as mesmas impactam negativamente no crescimento da área basal global. A inclusão resultou no seguinte conjunto de modelos de predição (4) e projeção (5):

$$\ln(G) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{I} + \beta_2 \ln(hd) + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 \frac{N_t I_t}{I N_a} + \beta_5 \ln(d10) \quad (4)$$

$$\ln(G_2) = \frac{I_1}{I_2} \ln(G_1) + \beta_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \beta_2 \left[\ln(hd_2) - \frac{I_1}{I_2} \ln(hd_1)\right] + \beta_3 \left[\ln(N_2) - \frac{I_1}{I_2} \ln(N_1)\right] + \beta_4 \left[\frac{N_2 I_2}{I_2 N_a} - \frac{I_1}{I_2} \frac{N_1 I_1}{I_1 N_a}\right] + \beta_5 \left[\ln(d10_2) - \frac{I_1}{I_2} \ln(d10_1)\right] \quad (5)$$

onde $d10_2$ é o diâmetro no percentil 10 (cm) na a idade futura (I_2); $d10_1$ é o diâmetro no percentil 10 (cm) na idade atual (I_1). Demais variáveis foram descritas anteriormente.

O segundo passo consistiu no conjunto de modelos para obter o d10. A distância entre o d10 e o d63 foi considerada, permitindo que a amplitude da distribuição de Weibull dois parâmetros, ajustada pelo método dos percentis, fosse implicitamente representada na equação de área basal. A distribuição Weibull é flexível, assumindo distribuições normal simétricas e assimétricas. A partir do modelo de predição (6), as restrições algébricas foram impostas em relação à idade atual e futura e o termo β_0 foi isolado, gerando o modelo de projeção na forma anamórfica (7).

$$\ln(d10) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d63) + \beta_2 \ln(N) \quad (6)$$

$$\ln(d10_2) = \ln(d10_1) + \beta_1 [\ln(d63_2) - \ln(d63_1)] + \beta_2 [\ln(N_2) - \ln(N_1)] \quad (7)$$

onde $d63_2$ é o diâmetro no percentil 63 (cm) na a idade futura (I_2); $d63_1$ é o diâmetro no percentil 63 (cm) na idade atual (I_1). Demais variáveis foram descritas anteriormente.

Por fim, o terceiro passo foi destinado à obtenção do conjunto de modelos para o d63. As informações sobre o desbaste foram consideradas nessa etapa e, portanto, são inclusas implicitamente no conjunto de modelos para obter o d10. O modelo de predição (8) e o modelo de projeção na forma anamórfica (9) estão representados abaixo:

$$\ln(d63) = \beta_0 + \beta_1 \ln(hd) + \beta_2 \ln\left(\frac{I}{N}\right) + \beta_3 \frac{N_t I_t}{I N_a} \quad (8)$$

$$\ln(d63_2) = \ln(d63_1) + \beta_1 [\ln(hd_2) - \ln(hd_1)] + \beta_2 \left[\ln\left(\frac{I_2}{N_2}\right) - \ln\left(\frac{I_1}{N_1}\right)\right] + \beta_3 \left(\frac{N_2 I_2}{I_2 N_a} - \frac{N_1 I_1}{I_1 N_a}\right) \quad (9)$$

2.5 Avaliação da acurácia dos modelos

O processamento foi realizado no software R (R CORE TEAM, 2019). Os gráficos foram gerados com o uso do pacote *ggplot2* (WICKHAM, 2016).

O critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação Bayesiana (BIC) foram utilizados para avaliar o desempenho dos modelos ajustados e as estatísticas de erro médio (T), erro médio absoluto (MAE) e raiz quadrada do erro médio (RMSE) (10 a 12) foram utilizadas para avaliar as estimativas relacionadas à predição e à projeção dos modelos simultâneos. Além disso, gráficos foram gerados para analisar o comportamento das estimativas.

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O - E) \quad (10)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |O - E| \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O - E)^2}{n}} \quad (12)$$

onde i é o número de observações que varia de 1 a n ; O são os valores observados e E são os valores estimados. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

A validação das estimativas relacionadas à projeção do modelo de área basal com a inserção da homogeneidade foi realizada pelo método *Bootstrap* não paramétrico com reposição (EFRON, 1982), considerando um total de 100 amostras aleatórias. Essa técnica vem sendo utilizada em outros estudos para possibilitar a validação (SCOLFORO et al., 2018; HALL et al., 2019). Essas amostras aleatórias permitiram estimar a distribuição amostral das estatísticas (T, MAE e RMSE) e gerar medidas de qualidade dos ajustes.

3. RESULTADOS

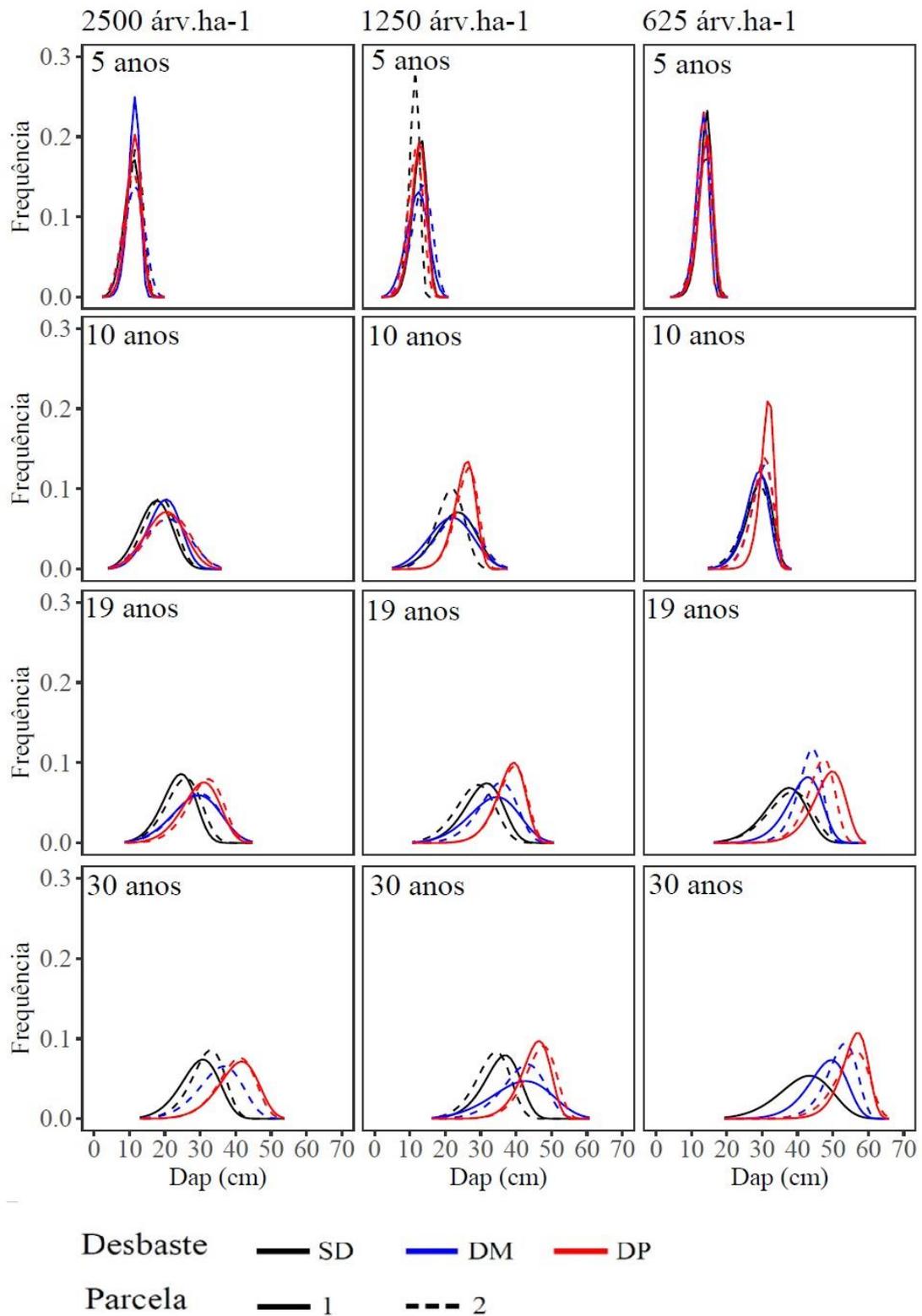
3.1. Comportamento da homogeneidade do povoamento

Conforme abordado por McTague e Bailey (1987), a forma da distribuição diamétrica é capaz de representar a homogeneidade entre o crescimento das árvores, localizadas em diferentes parcelas. A forma leptocúrtica da distribuição (curva alta e estreita) caracteriza um povoamento com menor competição e crescimento mais acelerado das árvores. Nesta condição, as árvores tendem a apresentar menor variação no tamanho, resultando em um povoamento mais homogêneo. A partir do momento que a curva é alterada para as formas mesocúrtica e platicúrtica, com a redução da altura e aumento da amplitude, o povoamento se encontra em uma condição de maior competição,

portanto, as árvores apresentam um crescimento mais limitado. Diante desta condição, as árvores tendem a crescer mais desuniformemente e a variação no tamanho destas aumenta.

A Figura 4 permitiu avaliar o efeito da uniformidade no povoamento em quatro momentos distintos: a) aos 5 anos (antes do desbaste), para avaliar o comportamento sob condições equivalentes dentro de cada densidade de plantio; b) aos 10 anos, por ser o momento em que as árvores estão em alta taxa de competição nas densidades de plantio de 2500 e 1250 árv.ha⁻¹; c) aos 19 anos, por ser o momento em que o povoamento apresentou estagnação na uniformidade e; d) aos 30 anos, por ser o momento em que todos os desbastes já foram realizados.

Figura 4 – Distribuição diamétrica de Weibull dois parâmetros ajustada pelo método dos percentis com os diâmetros nos percentis 10 e 63, considerando as idades de 5, 10, 19 e 30 anos.



Na idade de 5 anos, todas as parcelas apresentaram curvas estreitas e altas, indicando crescimento acelerado e maior homogeneidade. Nesta idade, é possível observar apenas o efeito da densidade de plantio, pois nenhuma parcela havia sido desbastada ainda. As parcelas contidas nos povoamentos com densidade de plantio média e alta apresentaram maiores diferenças entre si, comparadas às parcelas contidas no povoamento com menor densidade de plantio, onde as árvores têm mais espaço para se desenvolverem.

Aos 10 anos, as curvas ficaram mais amplas e achatadas, além disso, se deslocaram para a direita, indicando crescimento das árvores em comparação à idade de 5 anos. Na densidade inicial de 2500 árv.ha⁻¹, a competição se mostrou intensa em todas as parcelas, com ou sem desbaste. Já para os tratamentos com densidade inicial média e baixa, o efeito do desbaste já pode ser verificado no fator DP, que apresentou um maior crescimento, indicado pela altura da curva e deslocamento para direita.

Aos 19 anos, na densidade inicial de 2500 árv.ha⁻¹, as curvas apresentaram alturas aproximadas, no entanto as parcelas que sofreram desbaste se posicionaram mais a direita, indicando a presença de árvores maiores em relação às parcelas SD. Nas parcelas com densidade inicial de 1250 e 625 árv.ha⁻¹, as parcelas com o nível de DP, mostraram crescimento mais acelerado e árvores maiores, seguidas pelas parcelas do nível de DM e SD.

Finalmente, aos 30 anos, todas as parcelas puderam ser analisadas quanto à densidade de plantio e à resposta aos desbastes. As parcelas submetidas ao DP, apresentaram árvores maiores nas três densidades de plantio e, em 1250 e 625 árv.ha⁻¹, apresentaram maior homogeneidade, com curvas mais altas e estreitas. As parcelas submetidas ao DM, apresentaram árvores de tamanho intermediário nas três densidades de plantio e, na densidade inicial de 625 árv.ha⁻¹, apresentou maior homogeneidade, com curvas mais altas e estreitas, do que as parcelas que não apresentaram desbaste. As parcelas que não foram submetidas a desbastes (SD), apresentaram árvores de tamanho inferior nas três densidades de plantio e, geralmente, maior heterogeneidade.

Dessa forma, foi observada correlação entre a produção e as distribuições de diâmetro, pois menores densidades de plantio e maiores intensidades de desbaste favoreceram maior homogeneidade do povoamento e maior taxa de crescimento das árvores. Embora a metodologia de desbaste pelo alto, teoricamente, pudesse aumentar a

heterogeneidade com a remoção de árvores bem desenvolvidas, a supressão de algumas árvores acarreta mortalidade e favorece a homogeneidade do povoamento.

3.2. Modelagem simultânea da área basal

Visto que as curvas das distribuições diamétricas podem expressar a homogeneidade das parcelas (Figura 4), a utilização dos diâmetros localizados nos percentis 10 e 63 (empregados na obtenção das distribuições diâmetricas de Weibull pelo método dos percentis) foi considerada no desenvolvimento de um modelo simultâneo, capaz de prever e projetar a área basal em nível de povoamento.

As equações que consideraram a homogeneidade das parcelas (4 e 5) nas diferentes idades apresentaram comportamento mais acurado em comparação às equações 1 e 2, que não consideraram esta inserção (Figura 5). As equações apresentaram coeficientes significativos (para $\alpha=0,05$), com sinais adequados para descreverem comportamento biológico de crescimento dos povoamentos, e os valores de AIC e BIC reduziram drasticamente com a inserção da homogeneidade, indicando a melhoria do modelo (Tabela 2).

Figura 5 – Comportamento dos valores estimados em relação aos valores observados, na predição e projeção da área basal, no modelo simultâneo sem inclusão de homogeneidade (Eqs. 1 e 2) e com inclusão de homogeneidade (Eqs. 4 e 5).

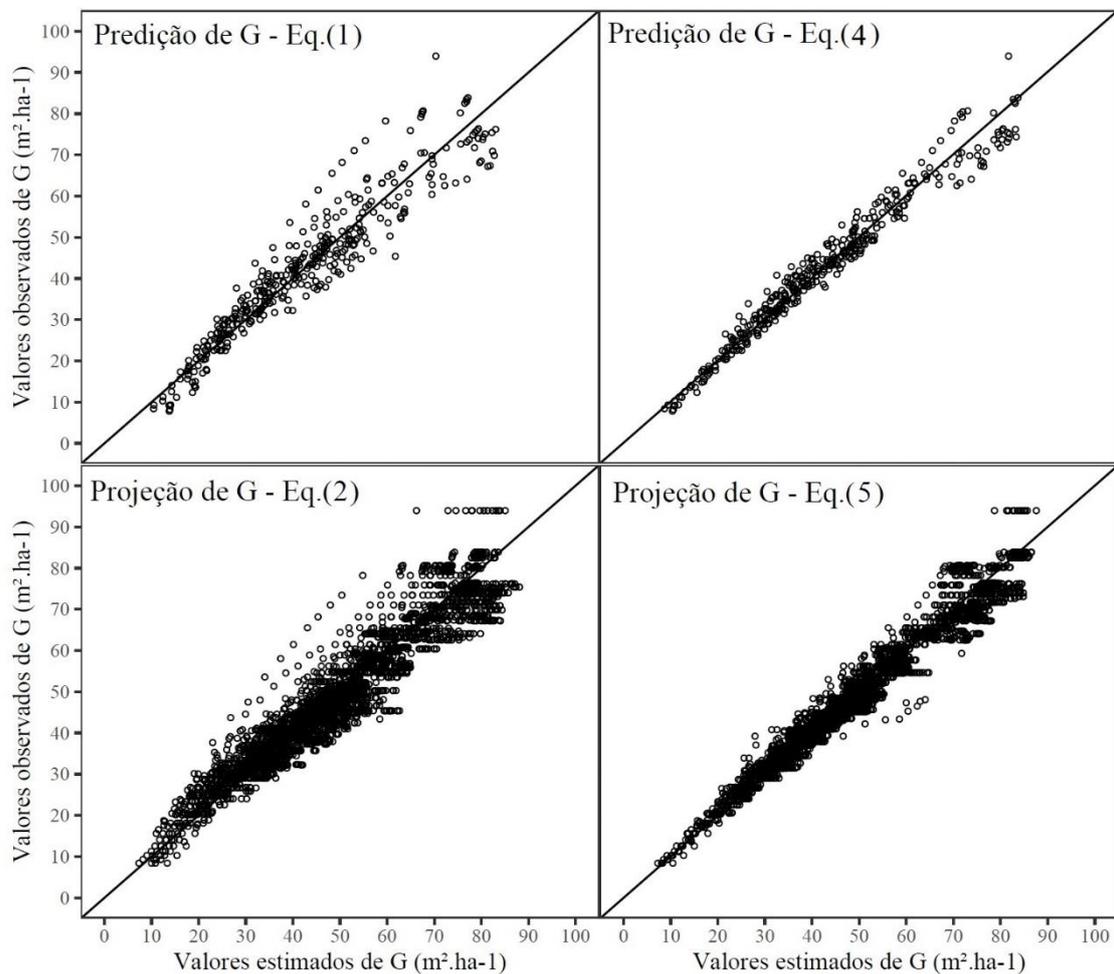


Tabela 2 – Modelos simultâneos de predição e projeção em área basal, valores estimados dos coeficientes (VE) com os respectivos erros padronizados (EP) e estatísticas de ajuste (AIC e BIC).

Modelo simultâneo	Coeficientes	VE	EP	AIC	BIC
Modelo de área basal (Eqs. 1 e 2)	β_0	-1,5564	0,0408	-6461,612	-6423,718
	β_1	-1,5585	0,0471		
	β_2	0,8645	0,0086		
	β_3	0,4503	0,0050		
	β_4	-0,1453	0,0064		
Modelo de área basal com homogeneidade (Eqs. 4 e 5)	β_0	-4,2240	0,0441	-10030,190	-9985,983
	β_1	-4,2461	0,0469		
	β_2	0,1708	0,0108		
	β_3	0,7791	0,0054		
	β_4	-0,1084	0,0042		
	β_5	0,9041	0,0120		

Os modelos utilizados para prever e projetar o d10 (6 e 7) e o d63 (8 e 9) foram ajustados. A relação entre os valores estimados e observados para os dois modelos simultâneos está representada na Figura 6. Os coeficientes obtidos foram significativos, considerando $\alpha=0,05$ e apresentaram valores baixos nas estatísticas de ajuste (AIC e BIC) (Tabela 3).

Figura 6 - Comportamento dos valores estimados em relação aos valores observados, na predição e projeção dos diâmetros localizados no percentil 10 (Eqs. 6 e 7) e 63 (Eqs. 8 e 9).

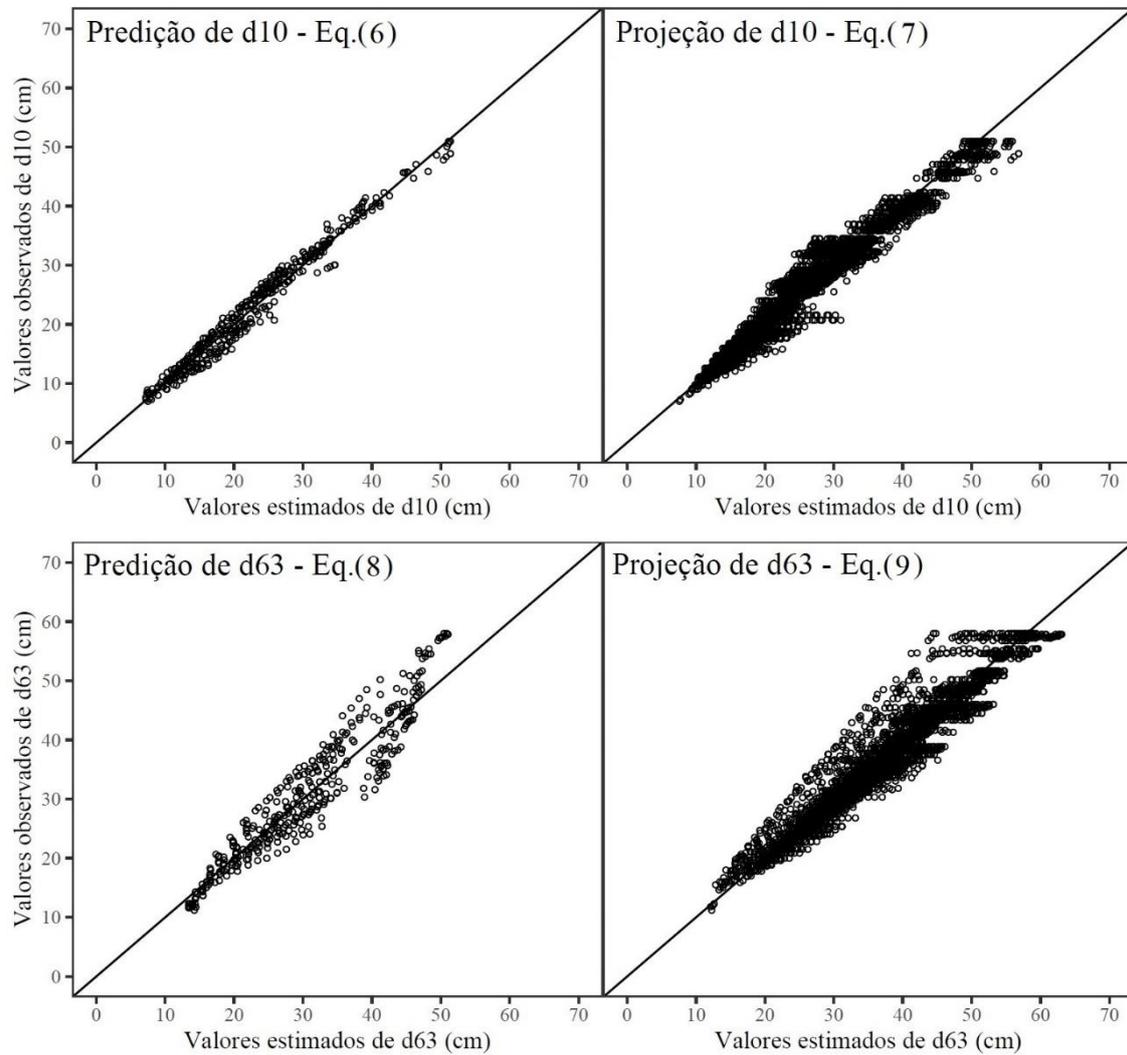


Tabela 3 - Modelos simultâneos de predição e projeção dos diâmetros localizados nos percentis 10 e 63, valores estimados dos coeficientes (VE) com os respectivos erros padronizados (EP) e estatísticas de ajuste (AIC e BIC).

Modelo simultâneo	Coefficientes	VE	EP	AIC	BIC
Modelo de d10 (Eqs. 6 e 7)	β_0	0,9494	0,0428	-9147,145	-9121,882
	β_1	0,9283	0,0052		
	β_2	-0,1604	0,0041		
Modelo de d63 (Eqs. 8 e 9)	β_0	2,2497	0,0320	-9058,812	-9027,233
	β_1	0,5251	0,0067		
	β_2	0,1018	0,0033		
	β_3	0,0191	0,0033		

3.3. Estimativa do modelo tradicional de área basal *versus* área basal + homogeneidade

O erro acumulado dos modelos foi considerado no modelo com inserção da homogeneidade, ou seja, o $d63_2$ estimado foi utilizado na obtenção do $d10_2$ estimado e ambos foram considerados (de forma implícita e explícita) para as estimativas da área basal do povoamento (G_2). Mesmo com a inserção de mais modelos (e seus respectivos erros) a qualidade das estimativas de área basal melhorou com a inserção da homogeneidade (Tabela 4).

Tabela 4 – Estatísticas T, MAE e RMSE utilizadas para avaliar as estimativas dos modelos simultâneos em relação à variável área basal e dap nos percentis 10 e 63.

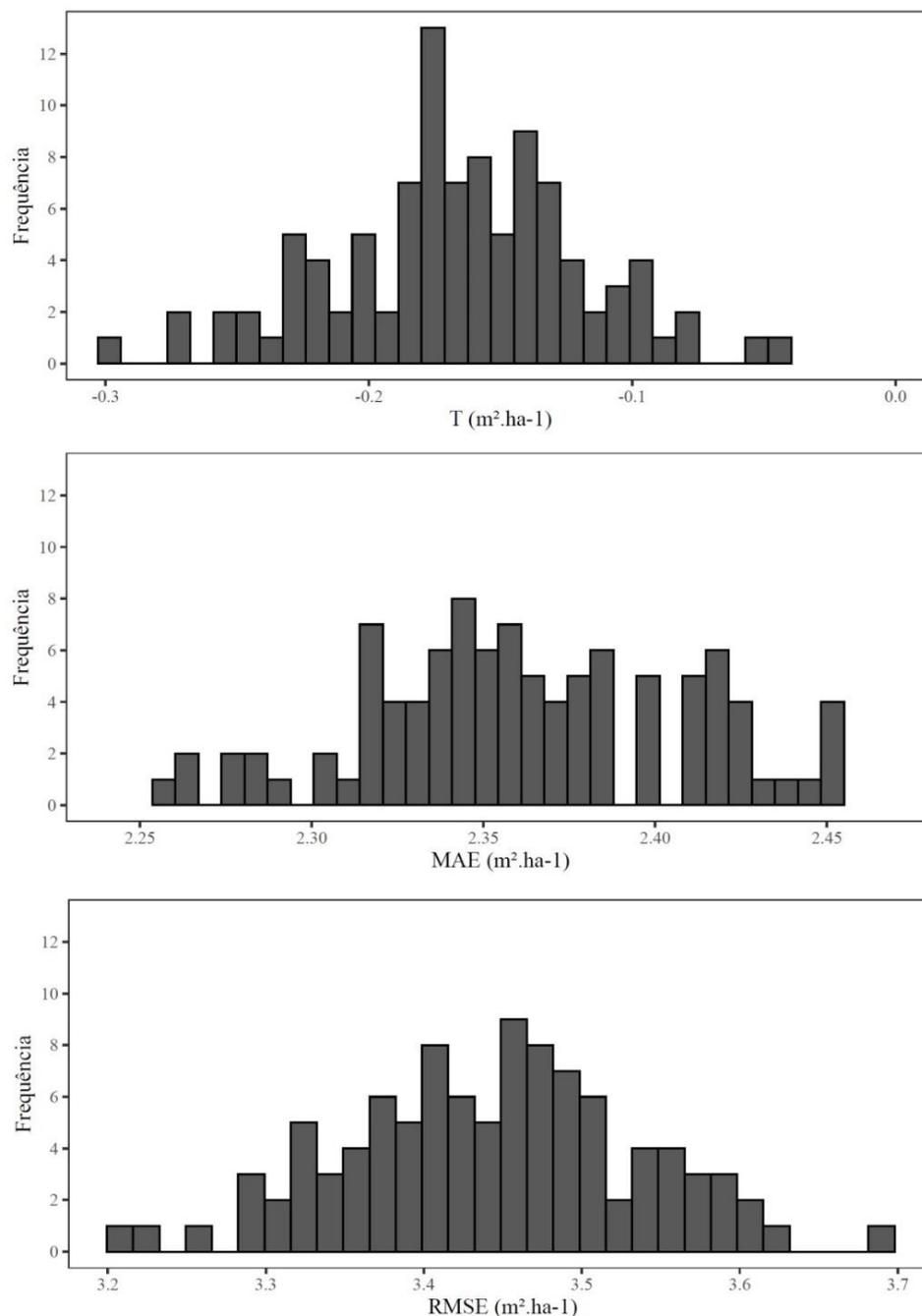
Modelo simultâneo de	Estatísticas da predição			Estatísticas da projeção		
	T (m ² .ha ⁻¹)	MAE (m ² .ha ⁻¹)	RMSE (m ² .ha ⁻¹)	T (m ² .ha ⁻¹)	MAE (m ² .ha ⁻¹)	RMSE (m ² .ha ⁻¹)
Eqs. 1 e 2	0,2371	4,1120	5,5746	-0,3749	3,6495	4,9782
Eqs. 4 e 5	0,2459	2,3346	3,2057	0,1752	2,2310	3,1657
Modelo simultâneo de	Estatísticas da predição			Estatísticas da projeção		
d10 e d63	T (cm)	MAE (cm)	RMSE (cm)	T (cm)	MAE (cm)	RMSE (cm)
Eqs. 6 e 7	0,4689	2,6133	3,1562	-0,1117	2,1126	3,0959
Eqs. 8 e 9	0,3365	2,9360	3,6685	-0,2582	1,8903	2,8706

Como o modelo com adição de homogeneidade obteve os melhores resultados, 100 amostras foram aleatorizadas pelo método *Bootstrap* não paramétrico com reposição a fim de verificar se, em algum momento, a precisão do novo modelo pioraria. Essas amostras aleatórias permitiram estimar a distribuição amostral das estatísticas T, MAE e RMSE (Tabela 5, Figura 7). O modelo apresentou alta precisão e baixo viés associado às estimativas projetadas. Os intervalos de confiança com um nível de 95 % exibiram comprimentos curtos, o que reforçou a precisão dos valores projetados de área basal.

Tabela 5 – Estatísticas de validação (T, MAE e RMSE) e seus intervalos de confiança (95 %) na projeção da área basal das parcelas.

Estatística	Média	Intervalo de confiança (95%)	
		Limite inferior	Limite superior
T ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$)	-0,1663	-0,3016	-0,0469
MAE ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$)	2,3620	2,2580	2,4530
RMSE ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$)	3,4430	3,2110	3,6930

Figura 7 – Distribuição amostral das estatísticas de validação (T, MAE e RMSE) calculadas para as 100 amostras aleatorizadas pelo método *Bootstrap* não paramétrico com reposição.

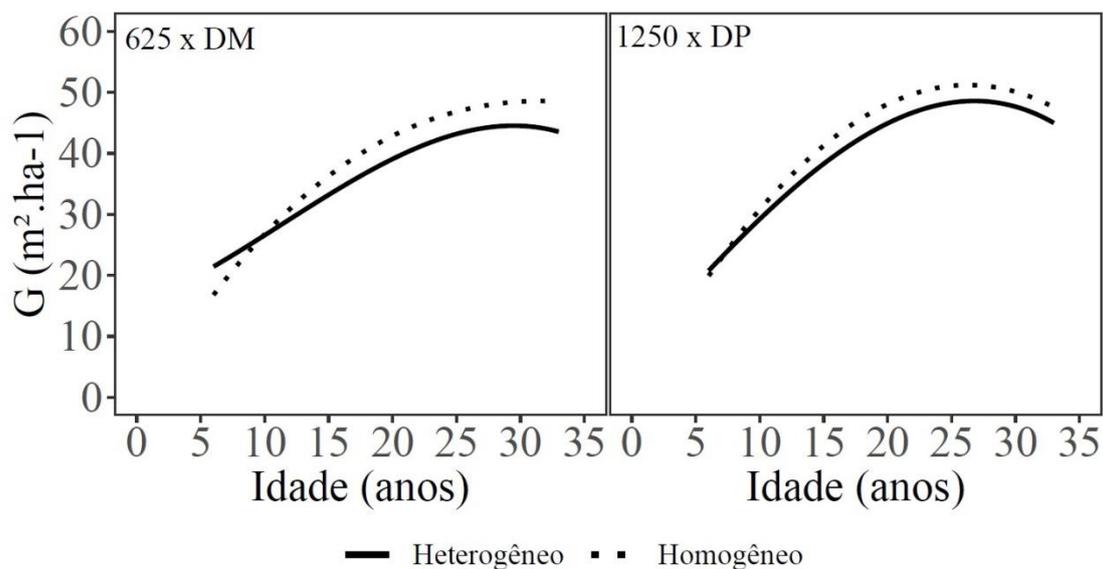


3.4. Curvas de crescimento considerando diferentes homogeneidades de plantio

O crescimento da área basal do povoamento, partindo do mesmo sítio, densidade, desbaste e idade apresentou diferentes comportamentos. Povoamentos homogêneos apresentaram maior crescimento em comparação aos heterogêneos nas duas situações

mostradas (Figura 8). Isso valida, a importância da inserção da variável para garantir flexibilidade ao modelo e melhorar as estimativas.

Figura 8 – Curvas de área basal geradas para povoamentos homogêneos e heterogêneos, considerando duas situações.



4. DISCUSSÃO

Os modelos de crescimento e produção florestal têm grande importância no planejamento do manejo florestal (WEISKITTEL et al., 2011). A inclusão de variáveis com impacto no crescimento futuro do povoamento vem sendo observada nesse tipo de modelagem. Montes (2012) considerou a inclusão da variação de temperatura para explicar o crescimento em povoamentos de *Pinus taeda*, no sul dos Estados Unidos. Scolforo et al. (2019b) incluíram um fator de disponibilidade hídrica, na composição de um sistema de crescimento e produção. Os autores utilizaram dados de povoamentos de eucalipto, com clones pertencentes a quatro famílias genéticas, plantados em diferentes regiões do Brasil. Apesar da qualidade silvicultural também apresentar grande impacto no crescimento, faltam modelos que quantifiquem esse efeito. Hakamada et al. (2015) e Sun et al. (2018), verificaram que povoamentos mais homogêneos apresentam maior produtividade em nível de povoamento, comparados aos menos homogêneos. Neste estudo o efeito da qualidade silvicultural (homogeneidade do povoamento) foi incluído no modelo e melhorou a qualidade das estimativas.

A densidade de plantio e a intensidade dos desbastes alteram as taxas de crescimento das árvores do povoamento, bem como, o tamanho das árvores individuais (DAVID et al., 2018; DOBNER JR; QUADROS, 2019; LAM; GUAN, 2020). Ryan et al. (2010) verificaram que o aumento da competição entre as árvores, ocasiona menor eficiência de uso dos recursos (água, luz e nutrientes) por parte dos indivíduos dominados. Campoe et al. (2013) observaram maior eficiência no uso da luminosidade das 20% maiores árvores em relação às 20% menores árvores do povoamento. Binkley et al. (2003) verificaram uma taxa mais lenta no crescimento das árvores suprimidas em comparação às dominantes. Desta forma, o aumento da competição ocasiona maior desigualdade de crescimento entre as árvores, resultando em povoamentos mais heterogêneos.

Assim como observado neste estudo, Sun et al. (2018) verificaram aumento na heterogeneidade com o aumento da idade do povoamento, de modo que, quanto maior a densidade de plantio, mais acentuada foi a desigualdade entre as árvores até o início do autodesbaste, quando a homogeneidade voltou a se reestabelecer lentamente. Os autores verificaram também que independentemente da idade, sítio, densidade de plantio e ocorrência de autodesbaste, o aumento da desigualdade entre o tamanho das árvores esteve sempre associado à uma menor produtividade em nível de povoamento. Desta forma, o estabelecimento da metodologia de desbaste aplicada neste estudo (DOBNER JR, 2015) foi eficiente para reduzir a competição entre as árvores e propiciar maior homogeneidade das parcelas ao longo do tempo e maior taxa de crescimento em comparação aos tratamentos não desbastados.

Os diâmetros localizados nos percentis 10 e 63 expressam a amplitude de distribuição e a homogeneidade do povoamento (MCTAGUE; BAILEY, 1987). A adição dos diâmetros, de forma explícita (d10) e implícita (d63), no modelo simultâneo de crescimento em área basal acarretou em melhores estimativas e flexibilidade ao modelo. McTague e Bailey (1987) não obtinham informações precisas sobre número e intensidade dos desbastes realizados em seu banco de dados, no entanto, conseguiram desenvolver um modelo simples e robusto com a adição dos diâmetros em diferentes percentis. Scolforo et al. (2019a) desenvolveram um sistema de crescimento e produção florestal interligando os níveis de povoamento e árvore individual, com a utilização de diâmetros em diferentes percentis.

Após o ajuste, a validação do modelo é um processo importante no desenvolvimento de um modelo supervisionado e o método *Bootstrap* não paramétrico

com reposição é uma das alternativas viáveis para realizar esse procedimento, de modo que, quanto maior o número de amostras aleatorizadas, melhor é a abordagem, pois os modelos se aproximam da teoria dos limites centrais para conjunto de dados simulados (XU; GOODACRE, 2018). Scolforo et al. (2018) utilizaram essa metodologia para validar um modelo generalizado de afilamento. Hall et al. (2019) utilizaram essa metodologia para validar um sistema de crescimento e produção florestal. Neste estudo, 100 amostras foram aleatorizadas e apresentaram estimativas precisas de T, MAE e RMSE.

Futuros estudos podem ser realizados, utilizando outras espécies e diferentes regiões. A equação obtida neste estudo é apropriada para povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil, com diferentes densidades de plantio e intensidades de desbaste.

5. CONCLUSÃO

A homogeneidade da parcela está relacionada à uma maior taxa de crescimento das árvores e é afetada pela densidade de plantio e pelo desbaste ao longo do tempo. Maiores densidades de plantio propiciam maior heterogeneidade e menor taxa de crescimento em comparação a menores densidades de plantio. Os desbastes foram eficientes no aumento da homogeneidade e taxa de crescimento das árvores, sendo mais eficaz quanto maior a intensidade de remoção das árvores.

A metodologia desenvolvida considerou a inclusão da homogeneidade do povoamento por meio da inserção explícita do diâmetro no percentil 10 e implícita do diâmetro no percentil 63, no modelo simultâneo (predição e projeção) de área basal em nível do povoamento. As informações dos diâmetros localizados nesses percentis estão disponíveis em dados coletados no inventário florestal, não necessitando de um custo extra de coleta de informações no campo.

O sistema de equações resultante pode ser utilizado para gerar estimativas presentes e futuras da área basal em nível de povoamento, em plantios de *Pinus taeda*, não desbastados e desbastados em diferentes intensidades, pela metodologia de desbaste pelo alto, no sul do Brasil. A abordagem metodológica desenvolvida possui capacidade de extrapolação, podendo ser implementada utilizando outras espécies e alternativas de manejo.

O ganho de flexibilidade do modelo em nível de povoamento foi o foco deste estudo e, a partir destas estimativas, informações em nível de classes de diâmetro e

árvores individuais, podem ser desagregadas, trazendo informações mais detalhadas para o manejo que visa a obtenção de madeira com dimensões maiores.

REFERÊNCIAS

ALVARES, C. A. *et al.* Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Berlin, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507

ASSMANN, Ernst. **Principles of forest yield study**. Oxford: Pergamon, 1970.

BINKLEY, D. *et al.* Twenty years of stand development in pure and mixed stands of *Eucalyptus saligna* and nitrogen-fixing *Facaltaria moluccana*. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 182, n. 1–3, p. 93–102, sep, 2003. DOI: 10.1016/S0378-1127(03)00028-8

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. New York: Springer, 2012.

CAMPOE, O. C. *et al.* Stem production, light absorption and light use efficiency between dominant and non-dominant trees of *Eucalyptus grandis* across a productivity gradient in Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, jan, v. 288, p. 14–20, 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2012.07.035

DAVID, H. C. *et al.* Intensive management for optimizing the production of high-value logs of pine forests in southern Brazil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 3, p. 1303-1316, 2018. DOI: 10.5902/1980509833352

DOBNER JR, M. **Crown thinning effects on growth and wood quality of Pinus taeda stands in southern Brazil**. 211 p. Tese de doutorado da Faculty of Environment and Natural Resources, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg im Breisgau, Germany, 2013.

DOBNER JR, M. **Desbaste pelo alto: uma alternativa rentável para povoamentos de Pinus taeda no Sul do Brasil**. Pomerode, SC: Imprensa Mayer, 28 p., 2015. ISBN:978-85-919079-0-8

DOBNER JR, M.; QUADROS, D. S. Economic performance of loblolly pine stands in southern Brazil as a result of different crown thinning intensities. **Revista Árvore**, Viçosa, v.43, n.2, 2019. DOI: 10.1590/1806-90882019000200004

EFRON, B. **The jackknife, the bootstrap and other resampling plans**. Philadelphia, Penn.: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1982.

EMBRAPA Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisas Florestais. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba, 113 p., 1998.

HAKAMADA, R. E. *et al.* Uniformidade entre árvores durante uma rotação e sua relação com a produtividade em *Eucalyptus* clonais. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 3, p. 465–472, ago, 2015. DOI: 10.1590/01047760201521031716.

HALL, K. B. *et al.* A Growth and Yield Model for *Eucalyptus benthamii* in the Southeastern United States. **Forest Science**, Lawrence, v. 1, n. 1, 2019. DOI: 10.1093/forsci/fxz061

IBÁ. Indústria Brasileira de Árvores. **Relatório da IBÁ 2019, ano base 2018**, 2019.

LAM; T, Y.; GUAN, B. T. Modeling stand basal area growth of *Cryptomeria japonica* D. Don under different planting densities in Taiwan. **Journal of Forest Research**, Cairo, v.25, n.3, p. 174-182, 2020. DOI: 10.1080/13416979.2020.1733171

MCTAGUE, J. P. *et al.* The SOHARC model system for growth and yield of southern hardwoods. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 32, n. 4, p. 173–183, 2008. DOI: 10.1093/sjaf/32.4.173

MCTAGUE, J. P.; BAILEY, R. L. Compatible Basal Area and Diameter Distribution Models for Thinned Loblolly Pine Plantations in Santa Catarina, Brazil. **Forest Science**, Lawrence, v. 33, n. 1, p. 43–51, mar., 1987.

MCTAGUE, J. P.; PATTON, D. R. Stand density index and its application in describing wildlife habitat. **Wildlife Society Bulletin**, Spring, v. 17, n. 1, p. 58–62, 1989.

MONTES, C. R. **A Resource Driven Growth and Yield Model for Loblolly Pine Plantations**. 87 p. PhD Dissertation. North Carolina State University, Raleigh, USA, 2012.

NASCIMENTO, F. A. F. *et al.* Sistema de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* na região norte de Santa Catarina. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 2, p. 235-242, 2015. DOI: 10.1590/01047760201521021494

OLIVEIRA L. C. **Erosão hídrica e alguns processos hidrológicos em plantios de pinus, mata, campo nativo e estrada florestal.** 93 p. Tese de doutorado da Universidade de Santa Catarina, Lages, SC, 2012.

PENG, C. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 132, 259–279, 2000. DOI: 10.1016/S0378-1127(99)00229-7

PIENAAR, L. V.; SHIVER, B. D. Basal area prediction and projection equations for pine plantations. **Forest Science**, Bethesda, v. 32, n. 3, p. 626-633, Aug. 1986.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing.** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. Disponível em <https://www.R-project.org/>. (acesso em 09 de outubro de 2019).

RETSLAFF, F. A. S. *et al.* Growth and yield prognosis in diameter classes for thinning Eucalyptus grandis stands in Brazil South. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 36, n. 4, p. 719–732, 2012. DOI: 0.1590/S0100-67622012000400013.

RYAN, M. G. *et al.* Factors controlling Eucalyptus productivity: how resource availability and stand structure alter production and carbon allocation. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, p. 1695–1703, 2010. DOI: 10.1016/j.foreco.2010.01.013

SCHNEIDER, P. S. P. *et al.* Trajetória bioeconômica dos regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 3, p. 1104-1117, jul.- set., 2018. DOI: 10.5902/1980509833357

SCOLFORO, H. F. *et al.* Comparison of taper functions applied to eucalypts of varying genetics in Brazil: Application and evaluation of the penalized mixed spline approach. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 1, p. cjfr-2017-0366, 2018. DOI: 10.1139/cjfr-2017-0366

SCOLFORO, H. F. *et al.* Stand-level growth and yield model system for clonal eucalypt plantations in Brazil that accounts for water availability. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.448, p. 22–33, 2019b. DOI: 10.1016/j.foreco.2019.06.006

SCOLFORO, H. F. *et al.* Eucalyptus growth and yield system: Linking individual-tree and stand-level growth models in clonal Eucalypt plantations in Brazil. **Forest Ecology**

and Management, Amsterdam, v. 432, p. 1–16, 2019a. DOI: 10.1016/j.foreco.2018.08.045

SUN, H. *et al.* Relationship between size inequality and stand productivity is modified by self-thinning, age, site and planting density in *Sassafras tzumu* plantations in central China. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 422, p. 199–206, feb., 2018. DOI: 10.1016/j.foreco.2018.02.003

SUN, H. G. *et al.* A review of stand basal area growth models. **Forestry Studies in China**, [S I], v. 9, n. 1, p. 85-94, 2007. DOI: 10.1007/s11632-007-0014-2

TRILLERAS, A. B.; AGUIRRE, A. M. L. Basal area growth models for *Eucalyptus tereticornis* Smith stands on the Colombian Atlantic coast. **Madera y Bosques**, Xalapa, v. 26, n. 2, e2621924, 2020. DOI: 10.21829/myb.2020.2621924

VANCLAY, J. K. **Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests**. Wallingford, U.K: CAB International, 1994. 312 p

WEISKITTEL, A. R. *et al.* **Forest Growth and Yield Modeling**. 1. ed. Oxford: John Wiley & Sons, 2011.

WICKHAM, H. **ggplot2: Elegant graphics for data analysis**. 2016. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>. (acesso em 09 de abril de 2020).

XU, Y; GOODACRE, R. On splitting training and validation set: a comparative study of cross-validation, bootstrap and systematic sampling for estimating the generalization performance of supervised learning. **Journal of Analysis and Testing**, v. 2, n. 3, p. 249-262, 2018. DOI: 10.1007/s41664-018-0068-2

ARTIGO 4: Diagrama de densidade de manejo para povoamentos de *Pinus taeda*, conduzidos sob diferentes densidades iniciais e intensidades de desbaste, no sul do Brasil

RESUMO

O objetivo deste estudo foi analisar o efeito de desbastes de *Pinus taeda* no controle da competição ao longo do tempo, em diferentes densidades iniciais. Os dados utilizados provêm de um experimento em fatorial 3x3, com os fatores densidade inicial (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹) e desbaste (sem desbaste, desbaste em intensidade média e desbaste em intensidade pesada). As parcelas não desbastadas foram utilizadas para obter as medidas de densidade máxima do povoamento com o modelo de densidade de Reineke e o índice de Nilson, utilizando regressão quantílica para selecionar os povoamentos estocados. Os parâmetros estimados nos ajustes foram utilizados nas estimativas da área basal máxima implícita do povoamento e foram comparados com a área basal máxima explícita do povoamento, estimada pelo modelo biológico de Chapman e Richards, utilizando a regressão quantílica. Após avaliar a eficiência das medidas de densidade máxima do povoamento, estas foram utilizadas para avaliar as relações de tamanho da árvore e densidade do povoamento em parcelas não desbastadas com diferentes densidades iniciais, relacionando essas informações com a mortalidade acumulada. O efeito dos desbastes foi analisado, a seguir, em comparação às parcelas não desbastadas em relação à linha que determina a densidade máxima do povoamento. Finalmente, um diagrama de densidade de manejo do povoamento foi desenvolvido para analisar a trajetória dos povoamentos não desbastados e desbastados, dos 5 aos 33 anos de idade, relacionando essas informações com a mortalidade observada em cada período entre desbastes. Os povoamentos com menor densidade inicial e maior intensidade de desbaste, foram conduzidos abaixo da linha de autodesbaste e próximo à zona ótima de manejo, resultando em um dg de 55 cm, superior ao encontrado nos demais tratamentos.

PALAVRAS-CHAVE: modelo de densidade de Reineke; índice de Nilson; autodesbaste; competição.

Stand density management diagram of *Pinus taeda*, conducted under different initial densities and thinning intensities in southern Brazil

ABSTRACT

The aim of this study was to analyze the effect of thinning *Pinus taeda* on the control of competition over time, at different initial densities. Data that were used comes from a 3x3 factorial experiment, with initial density (2500, 1250 and 625 trees.ha⁻¹) and thinning (without thinning, thinning medium intensity and thinning heavy intensity) as factors. The non-thinned plots were used to obtain the measurements of stand maximum density with the Reineke density model and the Nilson index, using quantile regression to select the stocked stands. Estimated parameters in the adjustments were used to estimate the maximum implicit basal area of the stand and it were compared with the maximum explicit basal area of the stand, estimated by the biological model of Chapman and Richards, using quantile regression. After evaluating the efficiency of the stand maximum density measurements, these were used to evaluate the relationships of tree size and stand density in non-thinning plots with different initial densities, relating this information to the accumulated mortality. The effect of thinning was analyzed in comparison with the non-thinned plots in relation to the line that determines the stand maximum density. Finally, a stand density management diagram was developed to analyze the trajectory of the non-thinned and thinned stands, from 5 to 33 years of age, relating this information to the observed mortality in each period between thinning. The stands with lower initial density and greater thinning intensity, were conducted below the auto-thinning line and close to the optimal management zone, resulting in a dg of 55 cm, higher than that found in other treatments.

KEY WORDS: Reineke's density model; Nilson index; self-thinning; competition.

1. INTRODUÇÃO

O crescimento das árvores, a dinâmica do dossel, a mortalidade, entre outros aspectos importantes de um povoamento florestal, estão fortemente associados ao grau de ocupação de uma área e ao tamanho das árvores. À medida que as árvores crescem em tamanho, suas demandas por recursos (como por exemplo luz, água e nutrientes) e por um espaço físico apropriado, aumentam (BURKHART; TOMÉ, 2012). Essa fase, portanto, é caracterizada por intensa competição entre as árvores e provoca um desbalanceamento entre as condições de crescimento individual das árvores, uma vez que, árvores dominantes apresentam maior eficiência em competir pelos recursos e espaço disponíveis no povoamento, em comparação às árvores dominadas (RYAN et al., 2010; CAMPOE et al., 2013). Quando a disponibilidade destes recursos e espaço físico não atendem as necessidades de sobrevivência das árvores dominadas, o autodesbaste inicia, reduzindo o número de indivíduos por unidade de área (BURKHART; TOMÉ, 2012; WEIKITTEL et al., 2011). Vanderschaaf e Burkhart (2008) classificaram este momento como a transição da causa da mortalidade do estágio I (mortalidade independente da densidade) para o estágio II (mortalidade induzida pela competição ou autodesbaste).

Portanto, quantificar a relação de tamanho-densidade (tamanho da árvore – densidade do povoamento) é imprescindível para realizar a correta regulação da densidade com intervenções prescritas no manejo intensivo, evitando que o povoamento adentre no estágio de alta competição entre as árvores (RESTSLAFF et al., 2016). Vários índices foram desenvolvidos para estudar o limite ou troca máxima entre o número de árvores por unidade de área e o tamanho médio das árvores que podem ser sustentadas em um determinado povoamento. Reineke (1933) propôs a relação entre o número de árvores por unidade de área e o diâmetro médio quadrático. Kira et al. (1953) relacionaram o diâmetro médio quadrático com o número de árvores por unidade de área e a altura média dominante. Yoda et al. (1963) desenvolveram a lei do autodesbaste, relacionando biomassa ao número de indivíduos por unidade de área. Nilson (2006) relacionou a distância média entre as árvores com o diâmetro médio quadrático. Dentre estes, o modelo de densidade de Reineke tem sido constantemente utilizado em diversos estudos (SELLE et al., 2010; VOSPERNIK; STERBA, 2014; RESTSLAFF et al., 2016; POSSATO et al., 2016). No entanto, Yang e Burkhart (2017) compararam as relações propostas por Reineke (1933), Kira et al. (1953) e Nilson (2006) e concluíram que o índice de Nilson apresentou os melhores resultados. Da mesma forma, Sims et al. (2009), Zeide

(2010) e Gadow e Kotze (2014) verificaram vantagens do índice de Nilson em relação ao modelo de densidade de Reineke.

O ajuste dessas medidas de densidade máxima do povoamento, depende da pré-seleção de dados de povoamentos totalmente estocados. Diversas metodologias podem ser empregadas para esta seleção. Harvey, Holzman e Davis (2011) selecionaram as parcelas de *Pinus muricata* que não apresentaram ocorrência de mortalidade. Burkhart (2013) utilizou a tabela de produção normal para selecionar as parcelas em competição máxima em povoamentos de *Pinus taeda*. Possato et al. (2016) testaram diferentes intensidades de seleção de árvores em alta competição. Vospernik e Sterba (2014) e Yang e Burkhart (2017) utilizaram a regressão quantílica (KOENKER; BASSETT, 1978), com percentis superiores à 0,90 para obter a linha de densidade máxima do povoamento.

Ao relacionar essas medidas de densidade máxima do povoamento com a área basal do povoamento, expressões implícitas podem ser desenvolvidas para determinar a área basal máxima do povoamento (VOSPERNIK; STERBA, 2014; YANG; BURKHART, 2017). A área basal do povoamento, obtida pela soma das áreas transversais de todos os indivíduos presentes em uma determinada área, é uma medida informativa da densidade do povoamento e expressa, satisfatoriamente, os níveis de capacidade máxima de estoque do povoamento, porque integra o efeito do diâmetro e do número de árvores em um povoamento (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Diante da relação entre a densidade do povoamento e a competição entre as árvores, pode-se afirmar que povoamentos mais adensados tendem a atingir mais rapidamente o limite da capacidade máxima de estoque do povoamento (RÍO; MONTERO; BRAVO, 2001; YANG; BURKHART, 2017), ocasionando a mortalidade induzida pela competição em idades mais jovens (LEITE et al., 2006). As árvores plantadas em espaçamentos mais adensados visam obter fustes mais cilíndricos (VENDRUSCOLO et al., 2016), mas dependem de uma remoção mais intensa de árvores por desbastes, ao longo do tempo, para reduzir a competição entre as árvores (RESTSLAFF et al., 2016).

Essa remoção de árvores, com a prática de desbastes florestais, pode ser regulada por meio de diagramas de densidade de manejo (MCTAGUE; PATTON, 1989; HARRINGTON, 1997; WILLIAMS, 1994; WILLIAMS, 2017; URIAS et al., 2019). McTague e Patton (1989) utilizaram diferentes porcentagens do índice de densidade do povoamento (IDP), obtido pelo modelo de densidade do povoamento de Reineke quando

o diâmetro médio quadrático corresponde à 25,4 cm, para determinar a zona de cobertura térmica mínima no verão para os alces. Os autores utilizaram um diagrama de densidade de manejo do povoamento, relacionando diâmetro médio quadrático, área basal do povoamento e número de indivíduos por hectare. Simulações de trajetórias foram inseridas no diagrama de densidade de manejo, demonstrando possíveis relações entre o crescimento de povoamentos não desbastados e desbastados. Harrington (1997) propôs o uso de 25%, 50-55% e 100% do IDP para determinar limites no diagrama de densidade de manejo de, respectivamente, fechamento do dossel, início do autodesbaste e densidade máxima do povoamento, utilizando dados de *Pinus taeda* nos Estados Unidos.

Dados de povoamentos experimentais de *Pinus taeda*, localizados no sul do Brasil foram utilizados no desenvolvimento deste estudo com objetivo de avaliar o efeito da condução de desbastes pelo alto na regulação do povoamento florestal, por meio do desenvolvimento de um diagrama de densidade de manejo. Para isto, diferentes densidades iniciais foram consideradas em povoamentos não desbastados e desbastados em intensidade média e pesada, acompanhados dos 5 aos 33 anos, gerando uma informação nunca antes disponibilizada para os povoamentos dessa espécie no sul do Brasil. Inicialmente, os povoamentos não desbastados foram utilizados com objetivo de obter as estimativas da área basal implícita pelas medidas de Reineke (1933) e Nilson (2006) e compará-las às estimativas obtidas pelo modelo explícito de área basal de Chapman e Richards e para obter as relações que expressam a linha de densidade máxima do povoamento, verificando o comportamento dos tratamentos com diferentes densidades de plantio. Em seguida, os tratamentos com desbaste foram considerados para verificar o efeito do manejo em relação à competição ao longo do tempo. Para a comparação entre as trajetórias de crescimento dos povoamentos não desbastados e desbastados, um diagrama de densidade de manejo foi desenvolvido e as taxas de mortalidade nos períodos relacionados aos desbastes foram obtidas.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de estudo

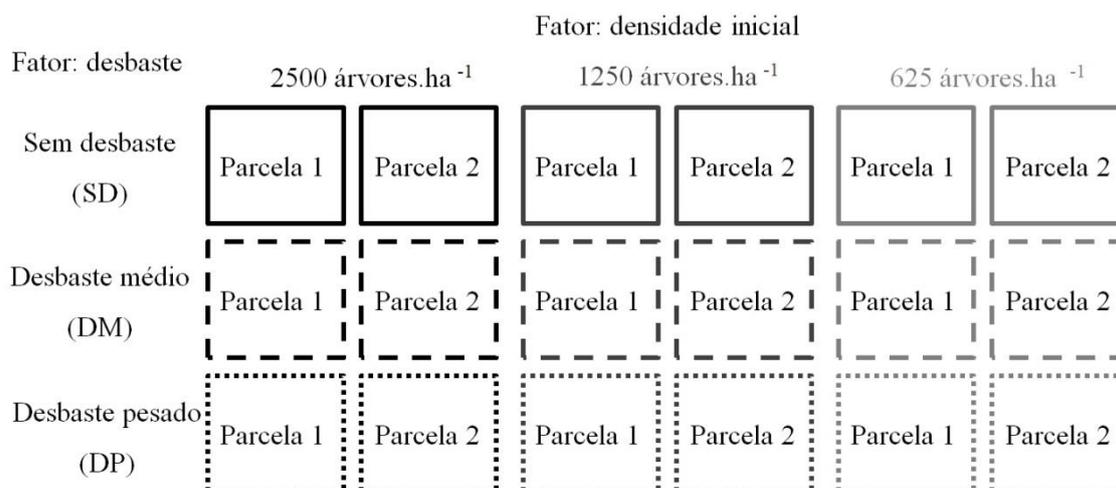
Os dados são provenientes do município de Campo Belo do Sul, estado de Santa Catarina, sul do Brasil (lat. 27°59'33''S, long. 50°54'16''W). A região apresenta clima temperado úmido com verão temperado (Cfb, pela classificação climática de Köppen), sem estação seca, temperatura média máxima de 22°C no mês mais quente e temperatura

média inferior a 10°C em pelo menos quatro meses ao longo do ano (ALVARES et al., 2014). As geadas ocorrem frequentemente, variando de 2 a 29 eventos por ano (EMBRAPA, 1998; DOBNER JR, 2013). A altitude é de aproximadamente 1017 m acima do nível do mar e o relevo é ondulado. Os solos na região se classificam em Neossolo Litólico, Latossolo Bruno e Nitossolo Háplico (OLIVEIRA, 2012; DOBNER JR, 2013).

2.2 Caracterização do experimento

Povoamentos de *Pinus taeda* instalados em 1984 e conduzidos em diferentes densidades iniciais e regimes de manejo foram utilizados neste estudo. O experimento foi montado em esquema fatorial 3x3 com duas repetições, totalizando 18 parcelas (Figura 1). Os fatores considerados foram a densidade de plantio (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹) e o desbaste (sem desbaste, desbaste em intensidade média e desbaste em intensidade pesada). Cada parcela contou com, aproximadamente, 2.000 m² de área total e 1.000 m² de área útil.

Figura 1 – Experimento em esquema fatorial 3x3 com duas repetições, com os fatores desbaste e densidade inicial.

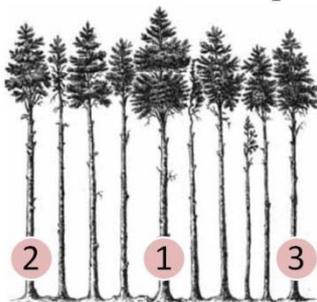


As parcelas desbastadas seguiram a metodologia do “desbaste pelo alto” ou “desbaste por copas” que considera os seguintes passos: a) definição de árvores com maior potencial futuro (indivíduos dominantes, de boa qualidade e homoganeamente distribuídos no povoamento) (Figura 2a); b) identificação das principais árvores que concorrem com as árvores potenciais (indivíduos bem desenvolvidos que, por algum detalhe, não foram selecionados como árvores potenciais) (Figura 2b); c) remoção das

árvores competidoras identificadas no passo “b”, propiciando aberturas significativas no dossel do povoamento para que as árvores remanescentes se desenvolvam (Figura 2c) (DOBNER JR, 2015).

Figura 2 – Passos para a realização de um primeiro desbaste pelo alto

a) Seleção de três árvores potenciais

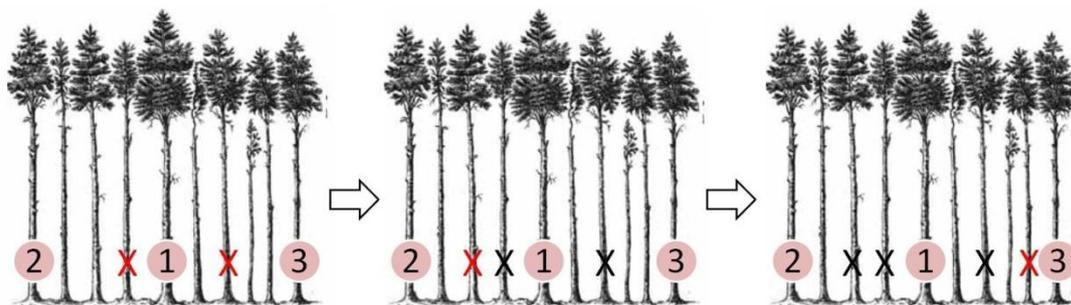


b) Seleção de árvores concorrentes/competidoras

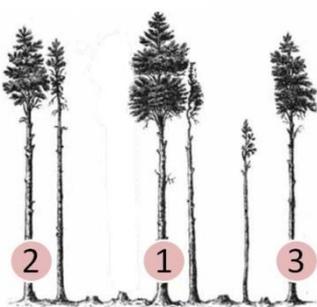
Duas concorrentes da árvore 1

Principal concorrente da árvore potencial 2

Principal concorrente da árvore potencial 3



c) Remoção das árvores concorrentes/competidoras



Fonte: Adaptado de Dobner Jr (2015)

No experimento considerado neste estudo, 400 árvores.ha⁻¹, em cada parcela, foram selecionadas como potenciais e um número variado de árvores competidoras foi removido ao longo do tempo. A porcentagem de remoção de árvores ao longo do tempo (razão entre as árvores removidas em cada desbaste e a densidade de plantio, multiplicada

por 100) variou em relação à frequência e à intensidade de remoção (Tabela 1). Somente as parcelas desbastadas foram submetidas a podas. A primeira poda ocorreu aos 5 anos de idade (poda em todas as árvores até os 2,5 m de altura) e a segunda aos 7 anos de idade (poda somente nas árvores potenciais pré-selecionadas até os 6 m de altura).

Tabela 1 – Porcentagem de remoção de árvores, ao longo dos anos, nas parcelas que apresentaram desbaste em intensidade média (DM) e em intensidade pesada (DP).

Tratamento	Parcela	Idade (anos)				Total
		5	8	12	27	
DM x 2500 árv.ha ⁻¹	1	18 %	16 %	11 %	6 %	51 %
	2	16 %	14 %	13 %	5 %	48 %
DM x 1250 árv.ha ⁻¹	1	-	24 %	22 %	11 %	57 %
	2	-	30 %	14 %	8 %	52 %
DM x 625 árv.ha ⁻¹	1	-	26 %	19 %	11 %	56 %
	2	-	31 %	25 %	8 %	64 %
DP x 2500 árv.ha ⁻¹	1	30 %	20 %	17 %	8 %	75 %
	2	35 %	15 %	9 %	12 %	71 %
DP x 1250 árv.ha ⁻¹	1	-	58 %	11 %	10 %	79 %
	2	-	54 %	10 %	11 %	75 %
DP x 625 árv.ha ⁻¹	1	-	66 %	-	9 %	75 %
	2	-	67 %	-	7 %	74 %

2.3 Dados

Os dados de diâmetro em cm à altura de 1,3 m (dap) de todas as árvores das parcelas, foram mensurados dos 5 aos 33 anos de idade. A coleta foi realizada anualmente no período de 5 a 17 anos e, posteriormente, foi realizada aos 19, 27, 30, 31, 32 e 33 anos. As únicas exceções foram a parcela 1 do tratamento DM x 2500 árv.ha⁻¹ e a parcela 2 do tratamento sem desbaste (SD) e com menor densidade inicial (SD x 625 árv.ha⁻¹) que foram cortadas em 2013 (aos 29 anos) e, portanto, foram mensuradas até os 27 anos. A descrição dos dados, considerando os nove tratamentos, está na Tabela 2.

Tabela 2 – Valor mínimo (Mín.), máximo (Máx.), médio (Méd.) e desvio padrão (DPad.) das variáveis obtidas em povoamentos de *Pinus taeda* não desbastados e desbastados.

Variável	Mín.	Máx.	Méd.	DPad.
dap (cm)	1,5	74,0	23,8	10,3
G (m ² . ha ⁻¹)	7,8117	93,9419	42,8556	17,2305
N (ár.v.ha ⁻¹)	126	2512	819	561
I (anos)	5	33	16	9

dap (cm) é o diâmetro à 1,3m de altura da árvore; G (m². ha⁻¹) é a área basal do povoamento; N (ár.v.ha⁻¹) é o número de árvores; I (anos) é a idade.

2.4 Medidas de densidade máxima do povoamento

As medidas de relação tamanho-densidade propiciam a identificação da capacidade máxima de densidade do povoamento. Neste estudo, o modelo de densidade de Reineke (REINEKE, 1933) e o índice de Nilson (NILSON, 2006) foram ajustados, utilizando os dados dos povoamentos não desbastados.

O modelo de densidade de Reineke (1) considera uma relação linear (em escala logarítmica) entre a densidade máxima do povoamento (N) e o diâmetro médio quadrático (dg), em povoamentos completamente estocados. Reineke propôs um índice de densidade do povoamento (IDP) para estimar e comparar o grau de estocagem dos povoamentos. O IDP (2) é definido como o número de árvores por unidade de área quando o diâmetro médio quadrático é igual a 25,4 cm. O índice de Nilson (3) foca na distância média entre as árvores, assumindo uma relação linear entre o espaço disponível (L) e o diâmetro médio quadrático (dg).

$$\ln(N) = a + b \cdot \ln(dg) \quad (1)$$

$$IDP = N \left(\frac{25,4}{dg} \right)^b \quad (2)$$

$$L = c_0 + c_1 \cdot dg \quad (3)$$

onde Ln é o logaritmo neperiano; a, b são os coeficientes do modelo de densidade de Reineke; N é o número de árvores por hectare; dg é o diâmetro médio quadrático em cm; $L = \sqrt{(10000/N)}$; c_0 , c_1 são os coeficientes de Nilson. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

O método de ajuste dos modelos de densidade do povoamento foi a regressão quantílica (KOENKER; BASSETT, 1978). O ajuste foi realizado utilizando a função *qr*

do pacote *quantreg* (KOENKER et al., 2020), no *software R* (R CORE TEAM, 2019). Como a linha de autodesbaste representa um limite superior, o percentil 0,99 foi considerado para o modelo de Reineke (1) e o percentil 0,01 para o índice de Nilson (3).

2.5 Estimativa da capacidade máxima de estoque do povoamento

A área basal máxima do povoamento, mantida por um longo período de tempo, pode ser considerada uma medida de capacidade máxima de estocagem de um povoamento. Esta pode ser obtida de forma implícita utilizando relações de densidade máxima do povoamento (YANG; BURKHART, 2017). O modelo de densidade de Reineke (1) e o índice de Nilson (3) foram utilizados para propiciar as estimativas de área basal máxima implícita nesse estudo. Uma equação explícita de área basal máxima foi obtida para avaliar essa abordagem.

2.5.1 Área basal máxima explícita do povoamento

A área basal máxima do povoamento observada nas parcelas sem desbaste e com diferentes densidades iniciais foi estimada de forma explícita, utilizando o modelo biomatemático de Chapman e Richards (4). O método de ajuste empregado foi a regressão quantílica não linear, proposta por Koenker e Park (1996). O ajuste foi realizado utilizando a função *nlqr* do pacote *quantreg* (KOENKER et al., 2020) no *software R* (R CORE TEAM, 2019), considerando o percentil 0,99.

$$G_{m\acute{a}x} = \beta_0 [1 - \exp(-\beta_1 I)]^{\beta_2} \quad (4)$$

onde $G_{m\acute{a}x}$ é a área basal máxima do povoamento em $m^2 \cdot ha^{-1}$ obtida pela equação de Chapman e Richards; I é a idade do povoamento em anos; β_0 , β_1 , β_2 são os coeficientes do modelo de Chapman e Richards. O coeficiente β_0 representa a assíntota ou o valor máximo da área basal, o coeficiente β_1 representa a taxa de crescimento e o coeficiente β_2 está associado à forma.

2.5.2 Área basal máxima implícita do povoamento

A área basal do povoamento pode ser definida pela expressão (5):

$$G = \frac{\pi \cdot d \cdot g^2}{40000} N \quad (5)$$

Considerando g uma constante igual a $\pi/40000$ ($\approx 0,00007854$), a expressão (5) pode ser reescrita como (6):

$$G = N \cdot dg^2 \cdot g \quad (6)$$

As equações lineares ajustadas de densidade máxima do povoamento (Reineke e Nilson) foram convertidas para obter as estimativas de área basal na capacidade máxima de estocagem do povoamento. A área basal máxima implícita, considerando o modelo de densidade de Reineke, foi obtida da seguinte forma: as expressões (7) e (8) foram obtidas ao isolar o termo N das expressões (1) e (6), respectivamente. Em seguida, estas expressões foram igualadas e o termo G foi isolado, resultando na expressão (9).

$$N = \exp(a) \cdot dg^b \quad (7)$$

$$N = \frac{G}{dg^2 \cdot g} \quad (8)$$

$$G_{R_{\max}} = [\exp(a) \cdot dg^b] \cdot dg^2 \cdot g = \exp(a) \cdot dg^{b+2} \cdot g \quad (9)$$

onde $G_{R_{\max}}$ é a área basal máxima implícita considerando a medida de Reineke; exp é o exponencial. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

A área basal máxima implícita para o índice de Nilson foi obtida seguindo os mesmos passos descritos anteriormente para o modelo de densidade de Reineke. A expressão resultante (10) está descrita abaixo:

$$G_{N_{\max}} = \left(\frac{100}{c_0 + c_1 \cdot dg} \right)^2 dg^2 \cdot g \quad (10)$$

onde $G_{N_{\max}}$ é a área basal máxima implícita considerando a medida de Nilson. Demais variáveis foram descritas anteriormente.

2.6 Diagrama de manejo da densidade do povoamento

Os dados dos povoamentos não desbastados foram utilizados para desenvolver um diagrama de densidade de manejo, com base nas variáveis: área basal do povoamento, diâmetro médio quadrático e número de árvores por hectare. Os seguintes passos foram realizados para obter limites referentes a diferentes momentos de densidade do povoamento:

Considerando $dg = 25,4$, o modelo de densidade de Reineke (1), foi reescrito como (11):

$$\ln(IDP) = a + b \cdot \ln(25,4) \quad (11)$$

Isolando o intercepto da expressão (11), a expressão (12) foi obtida:

$$a = \ln(IDP) - b \cdot \ln(25,4) \quad (12)$$

Substituindo a expressão (12) na expressão (1), a expressão (13) foi obtida:

$$\ln(N) = [\ln(IDP) - b \cdot \ln(25,4)] + b \cdot \ln(dg) \quad (13)$$

Isolando o termo dg da expressão (13), a expressão (14) foi obtida:

$$dg = \left(\frac{N}{IDP}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot 25,4 \quad (14)$$

Finalmente, a expressão (14) foi substituída na expressão de área basal do povoamento (6), resultando na expressão (15):

$$G_{IDP} = N \cdot \left[\left(\frac{N}{IDP}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot 25,4 \right]^2 \cdot g \quad (15)$$

A partir da expressão (15) os limites de fechamento de dossel, início do autodesbaste e densidade máxima do povoamento foram estabelecidos considerando, respectivamente, 25%, 55% e 100% do IDP. A zona ótima para o manejo (condições de estocagem total e ausência de autodesbaste) foi estabelecida entre IDP 30% e 45%. As porcentagens que definem os limites foram estabelecidas segundo o estudo de Harrington (1997) com dados de *Pinus taeda* de várias regiões dos Estados Unidos.

As isolinhas do diagrama foram definidas pela expressão de área basal do povoamento (6) ao manter valores constantes de diâmetro médio quadrático e número de árvores por hectare. Os valores considerados para dg variaram de 5 a 60, em intervalos de 5. Os valores considerados para N foram 0, 50, 70 e de 100 a 2500, em intervalos de 100.

2.7 Efeito das diferentes densidades de plantio em povoamentos não desbastados

A relação entre o diâmetro médio quadrático e o número de árvores, ao longo do tempo, foi analisada em relação à cada parcela não desbastada, considerando as diferentes densidades iniciais. Além disso, a mortalidade acumulada em % foi verificada utilizando a expressão (16).

$$M = \frac{N_0 - N_i}{N_0} 100 \quad (16)$$

onde M é a mortalidade acumulada em %; N_0 é a densidade de plantio (árvores.ha⁻¹); N_i é o número de árvores.ha⁻¹ na idade i .

2.8 Efeito dos desbastes na regulação do povoamento

O manejo com desbastes foi realizado em 12 parcelas do experimento, com diferenças em relação à quantidade e intensidade, ao longo do tempo (Tabela 1). Inicialmente, o efeito dos desbastes foi analisado em relação à linha de densidade máxima gerada pelas expressões (1) e (3). Em seguida, o diagrama de densidade de manejo, criado

com os dados dos povoamentos não desbastados, foi utilizado para inserir a área basal observada nos povoamentos não desbastados e desbastados, ao longo do tempo. Isso possibilitou a análise da trajetória de crescimento dos povoamentos em relação ao início do fechamento do dossel, início e permanência do autodesbaste e densidade máxima suportada pelo povoamento. Por fim, a mortalidade foi calculada considerando os períodos entre desbastes para analisar, em porcentagem, o quanto os desbastes contribuíram para a vitalidade nas diferentes fases do povoamento.

3. RESULTADOS

3.1 Efeito das diferentes densidades de plantio em povoamentos não desbastados

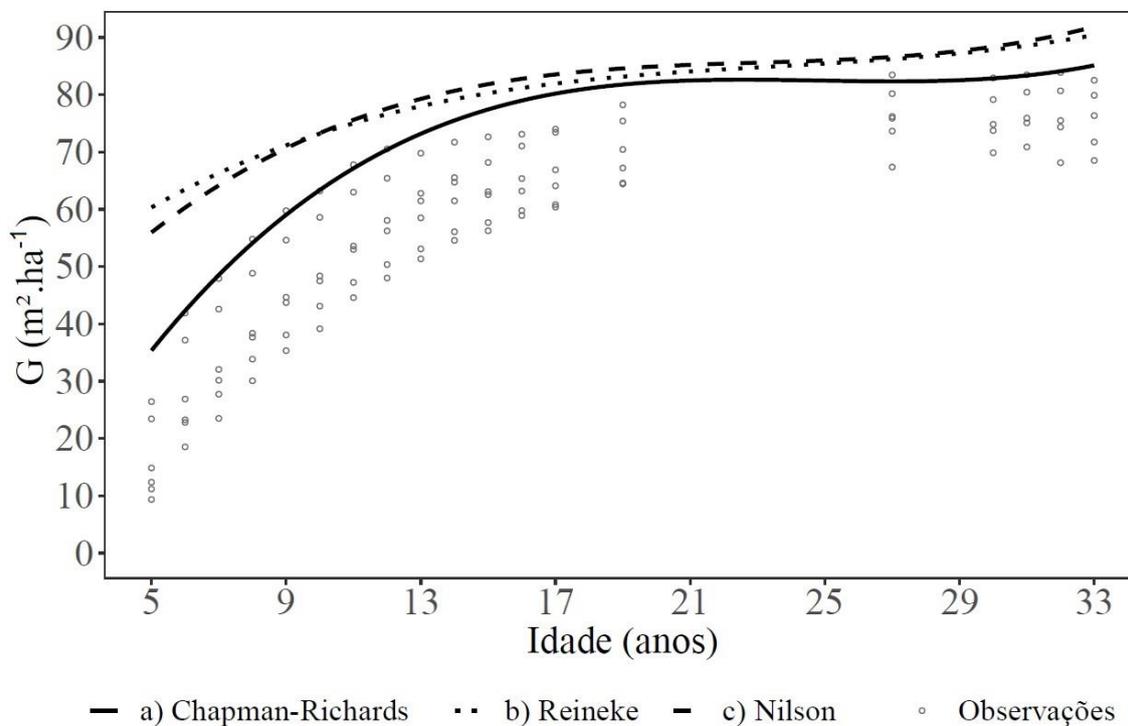
O ajuste do modelo de Reineke (1) e do índice de Nilson (3), resultou em coeficientes significativos (considerando $\alpha=0,05$). Os valores dos coeficientes (Tabela 3) foram utilizados para obter as estimativas da área basal máxima de forma implícita, com as expressões (9) e (10), respectivamente, G_{Rmax} e G_{Nmax} . A área basal máxima explícita, estimada pelo modelo de Chapman e Richards (4), também apresentou coeficientes significativos, considerando $\alpha=0,05$ (Tabela 3).

Tabela 3 – Valor dos coeficientes obtidos para as medidas de densidade máxima (1 e 3) e para a área basal máxima explícita (4).

Equações	Reineke (1) (a; b)	Nilson (3) (c ₀ ; c ₁)	Chapman e Richards (4) (β_0 ; β_1 ; β_2)
Coeficientes	(12,4801; -1,5939)	(0,5720; 0,0770)	(84,0495; -0,2131; 2,1340)

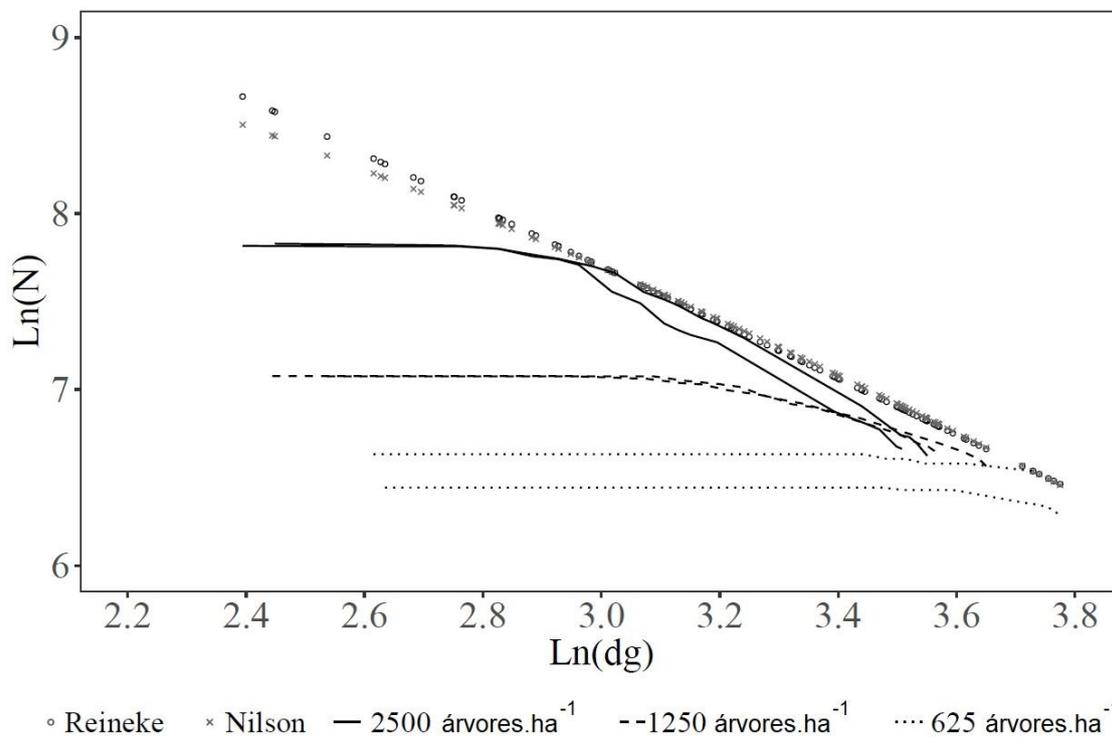
Como mostra na Figura 3, as expressões implícitas (eqs. 9 e 10) foram consistentemente maiores em comparação ao nível máximo de área basal do povoamento obtido pela equação de Chapman e Richards (4) até os 15 anos de idade. As curvas obtidas pelo modelo de densidade de Reineke e pelo índice de Nilson se mantiveram próximas ao longo de todos os anos. Em comparação com o índice de Nilson, o modelo de densidade de Reineke foi menor até os 9 anos e maior no período de 13 a 21 anos. Após os 15 anos, a diferença entre as três curvas foi menor, porque os coeficientes foram estimados apenas no percentil superior, que estavam na faixa de 15 a 33 anos.

Figura 3 – Área basal máxima estimada pela equação explícita de Chapman e Richards e pelas expressões implícitas obtidas pelo modelo de densidade de Reineke e pelo índice de Nilson.



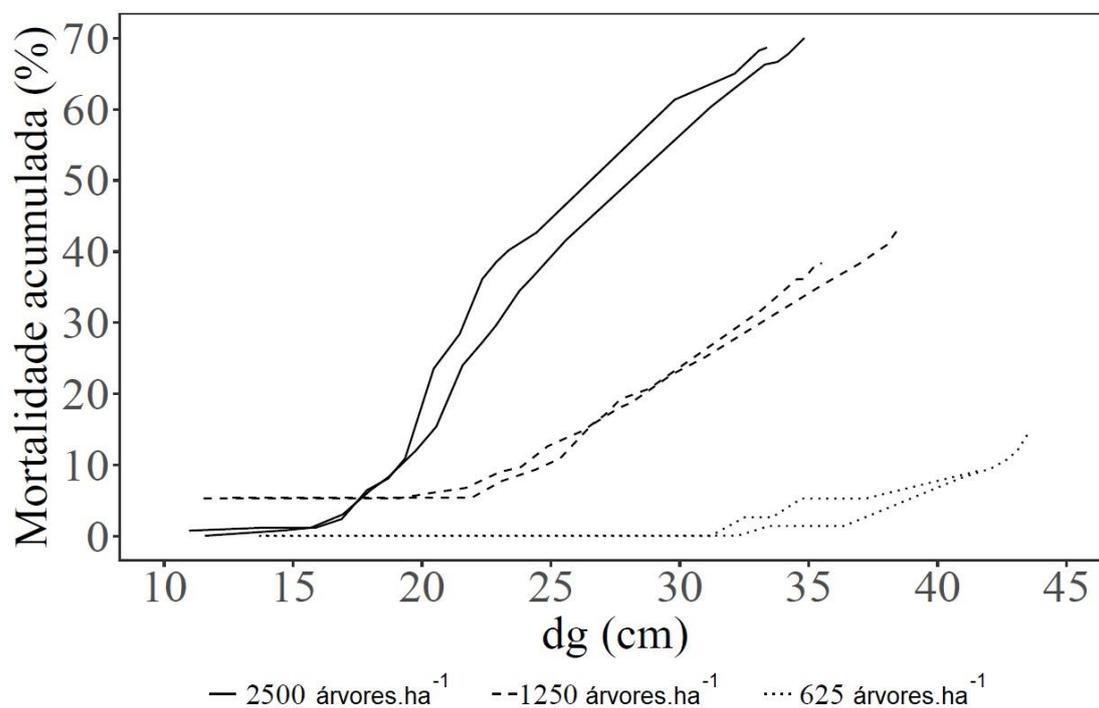
A linha de densidade máxima obtida pelo modelo de densidade de Reineke e pelo índice de Nilson obtiveram resultados próximos (Figura 4). A linha obtida pelo índice de Nilson, foi menor até o $\ln(dg)$ de 2,8 ($dg \approx 16,4$ cm) e depois se manteve sobreposta à linha obtida pelo modelo de densidade de Reineke. Diante disso, não foi constatada diferença considerável nas Figuras 3 e 4, entre as duas medidas de densidade máxima do povoamento.

Figura 4 – Linhas de densidade máxima preditas pelo modelo de densidade de Reineke (1) e índice de Nilson (3) e comportamento dos povoamentos sem desbaste e com diferentes densidades de plantio ao longo do tempo.



As parcelas dos povoamentos de *Pinus taeda*, correspondentes aos tratamentos sem desbaste e com diferentes densidades iniciais, também foram representadas na Figura 4. Os povoamentos com densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹ atingiram a linha de densidade máxima e, após esse momento, o crescimento em diâmetro médio quadrático foi associado à mortalidade das árvores. À medida que a densidade inicial reduziu, o tamanho médio das árvores aumentou, retardando a ocorrência do autodesbaste. O comportamento da mortalidade acumulada está representado na Figura 5. A mortalidade total foi, em média, 69 %, 41% e 12% para as densidades iniciais de 2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹ nos povoamentos não desbastados, respectivamente.

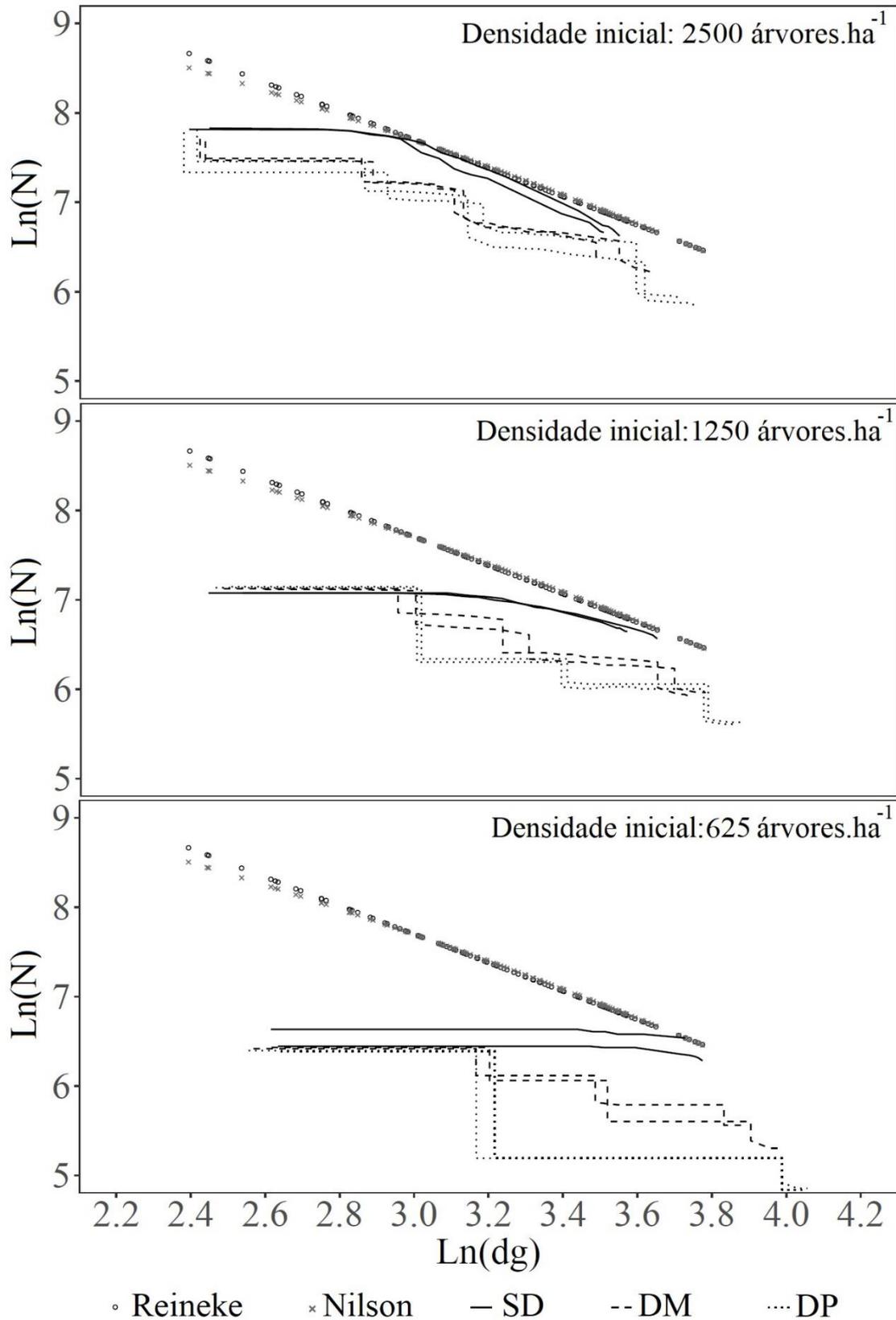
Figura 5 – Mortalidade acumulada de indivíduos nos povoamentos sem desbaste e com diferentes densidades de plantio ao longo do tempo.



3.2 Efeito dos desbastes na regulação do povoamento

Os desbastes foram primordiais para que os povoamentos mantivessem distância da linha de densidade máxima do povoamento, reduzindo a ocorrência do autodesbaste (Figura 6). Em todas as densidades iniciais analisadas, o DP propiciou os maiores valores de diâmetro médio quadrático, seguido pelo DM e, por último, pelos povoamentos não desbastados (SD). A tendência de aumento do diâmetro médio quadrático também foi observada em relação à redução da densidade inicial, em todos os níveis do fator de desbaste (SD, DM, DP), ou seja, o tratamento DP x 625 árvores.ha⁻¹ obteve o maior valor de diâmetro médio quadrático e o tratamento SD x 2500 árvores.ha⁻¹ obteve o menor valor de diâmetro médio quadrático.

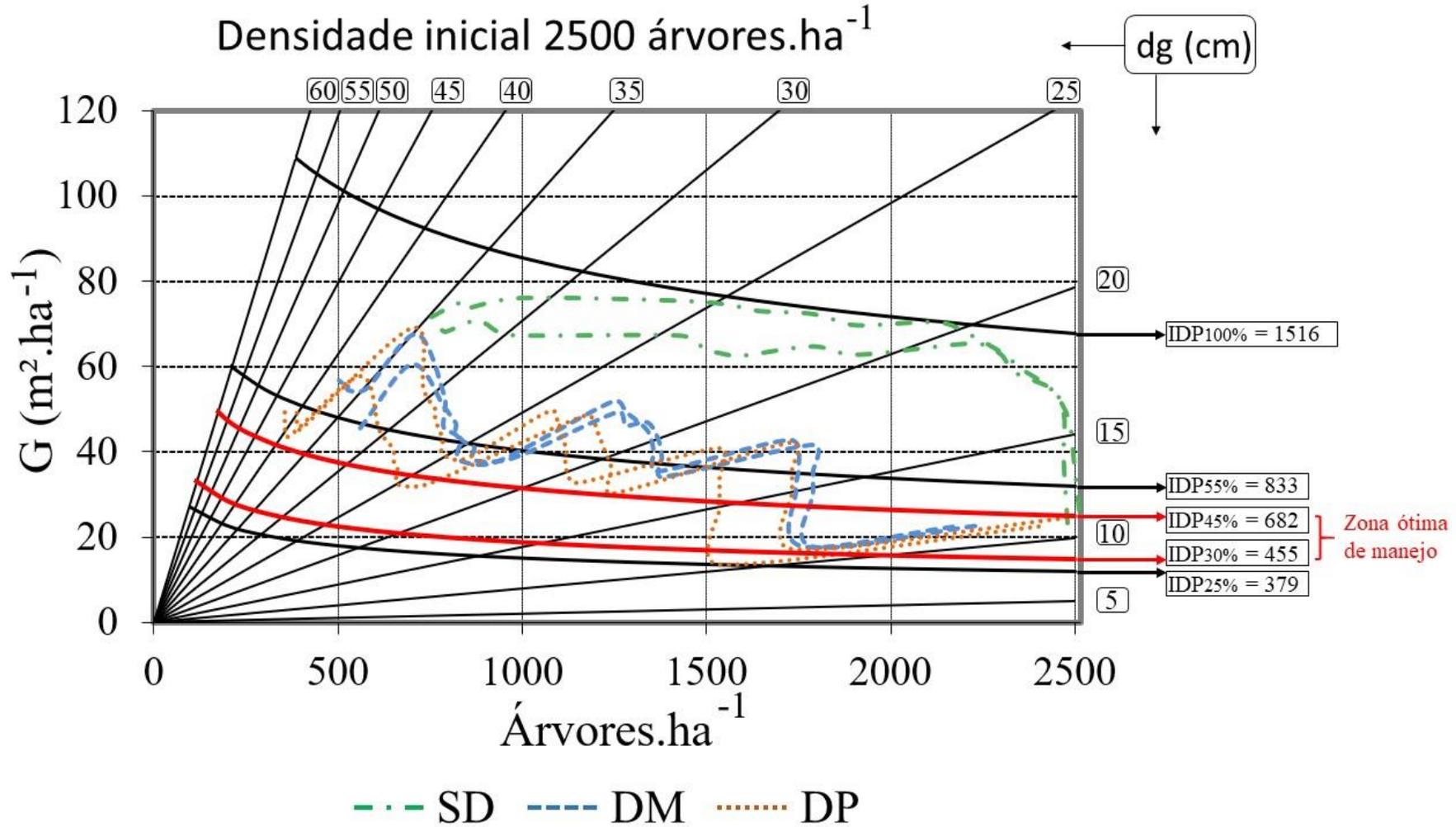
Figura 6 – Linhas de densidade máxima previstas pelo modelo de densidade de Reineke (1) e índice de Nilson (3) e comportamento dos povoamentos desbastados e não desbastados, plantados em diferentes densidades.



Os diagramas de densidade de manejo foram gerados para analisar o efeito dos desbastes em relação à competitividade, considerando cada densidade inicial. Para este propósito, a trajetória de crescimento de todos os povoamentos foi analisada. O valor do IDP obtido pela expressão (2) foi 1516 árvores.ha⁻¹ e, portanto, foi utilizado para obter o limite de densidade máxima suportada pelo povoamento. O limite de fechamento de dossel correspondeu à 25% do IDP (379 árvores.ha⁻¹), a zona ótima de manejo correspondeu ao intervalo de 30% do IDP (455 árvores.ha⁻¹) à 45% do IDP (682 árvores.ha⁻¹) e o limite de início do autodesbaste correspondeu à 55% do IDP (833 árvores.ha⁻¹).

O diagrama de densidade de manejo correspondente à densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹ está representado na Figura 7. Todas as trajetórias iniciaram com, aproximadamente, 21 m².ha⁻¹ de G e 11 cm de dg. Nesse ponto de partida, os povoamentos estavam com 5 anos de idade e estavam próximos ao limite superior da zona ótima de manejo. É importante destacar que o início da trajetória é sempre analisado da direita para a esquerda no diagrama, uma vez que o número de árvores diminui com o tempo, seja por desbastes ou por mortalidade.

Figura 7 – Diagrama de densidade de manejo para os tratamentos com a densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹.



O início da trajetória dos povoamentos sem intervenção de desbastes (SD) foi de intenso aumento e baixa mortalidade, resultando em $G \approx 41 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 15 \text{ cm}$. A partir desse ponto e, tendo ultrapassado o limite onde inicia o autodesbaste, a competição entre as árvores aumentou, resultando em um início da mortalidade de forma mais expressiva. Com isso, o crescimento continuou ocorrendo, chegando até $G \approx 70 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 20 \text{ cm}$. Nesse momento, os povoamentos atingiram as proximidades do limite de densidade máxima suportada e estagnaram o crescimento em área basal. No entanto, o autodesbaste continuou ocorrendo, resultando no aumento do dg , até um valor máximo de $\approx 34 \text{ cm}$ ao final da trajetória.

As trajetórias dos povoamentos com intervenção de desbastes (DM e DP) seguiram caminhos diferentes da trajetória SD, mostrando o efeito e importância da regulação dos povoamentos para manter o crescimento das árvores e evitar a ocorrência acentuada do autodesbaste. No desbaste pelo alto, ao remover as árvores concorrentes e manter as árvores suprimidas, eventualmente, o dg reduz. No entanto, a mortalidade que ocorre nas árvores suprimidas remanescentes, auxilia no posterior aumento do dg .

A trajetória do tratamento DM iniciou com o primeiro desbaste, realizado aos 5 anos, que fez com que os povoamentos se deslocassem do limite superior para o limite inferior da zona ótima de manejo. O primeiro desbaste ocasionou a redução da G de $\approx 21 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ para $\approx 18 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$, mantendo, aproximadamente, o mesmo dg . Após essa intervenção, os povoamentos cresceram, acentuadamente, ultrapassando o limite de autodesbaste, atingindo uma G de $\approx 40 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e um $dg \approx 17 \text{ cm}$.

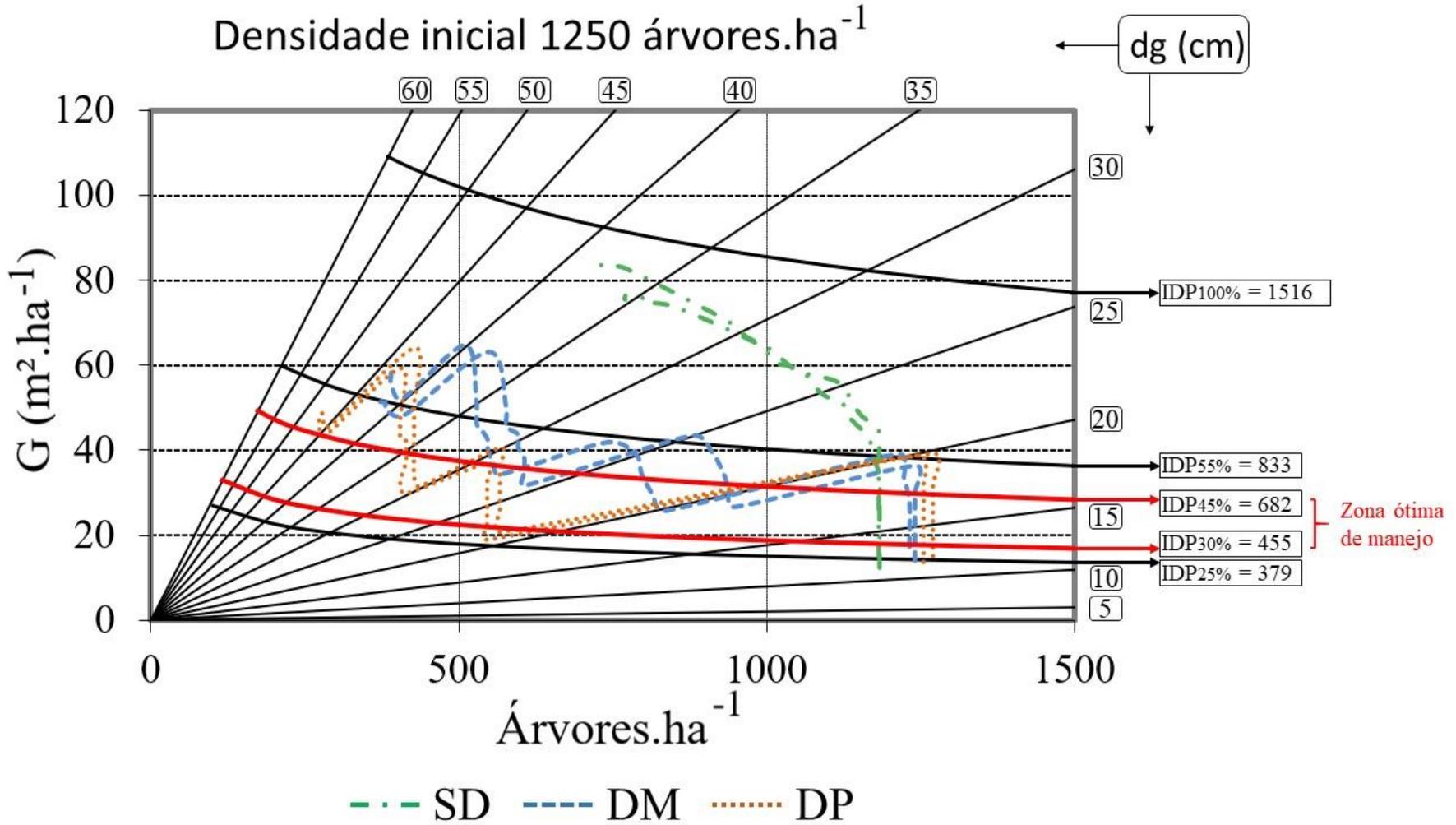
Neste ponto, evitando a ocorrência intensa de autodesbaste vista em relação à trajetória do tratamento SD, os povoamentos passaram pelo segundo desbaste. Desta vez, o desbaste propiciou que os povoamentos permanecessem entre o limite superior da zona ótima de manejo e o limite do autodesbaste, portanto, quando os povoamentos retomaram o crescimento, logo ultrapassaram o limite de autodesbaste e apresentaram mortalidade de algumas árvores. Antes do terceiro desbaste, os povoamentos atingiram cerca de $\approx 46 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ de G e $\approx 23 \text{ cm}$ de dg . O terceiro desbaste gerou as condições equivalentes às observadas no segundo desbaste, movendo os povoamentos para a região entre o limite superior da zona ótima de manejo e o limite do autodesbaste. Com isso, o posterior crescimento foi acompanhado pela mortalidade, chegando à $\approx 65 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ de G e $\approx 34 \text{ cm}$ de dg . Neste ponto, o quarto desbaste foi executado e uma das parcelas não teve

continuidade na remedição, pois foi cortada aos 29 anos. A parcela remanescente apresentou, no final da jornada analisada, $G \approx 57 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 38 \text{ cm}$.

O tratamento DP apresentou comportamento semelhante ao tratamento DM em relação à localização quanto aos limites estabelecidos no diagrama. Ambas as estratégias de manejo mantiveram os povoamentos em torno da linha de autodesbaste, ou seja, considerando elevados níveis de estocagem. Embora a intensidade de remoção de árvores nas duas parcelas do tratamento DP, tenha resultado em valores totais próximos (71% e 75%), as diferentes intensidades de desbastes ao longo dos anos (Tabela 1) interferiu na trajetória de crescimento, de modo que, as parcelas se iguaram apenas no final da trajetória. No final da trajetória, os povoamentos apresentaram árvores com maior tamanho médio ($dg \approx 42 \text{ cm}$) e menor grau de ocupação ($G \approx 49 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$) em comparação aos tratamentos SD e DM.

O diagrama de densidade de manejo correspondente à densidade inicial de 1250 árvores. ha^{-1} está representado na Figura 8. Todas as trajetórias iniciaram com, aproximadamente, $12 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ de G e 12 cm de dg , localizadas próximo ao limite de fechamento do dossel. A trajetória dos povoamentos sem intervenção de desbastes (SD), a partir desse ponto, apresentou baixa taxa de mortalidade e intenso aumento em G e dg , alcançando, respectivamente, $\approx 41 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $\approx 22 \text{ cm}$. Para chegar a essa posição, os povoamentos ultrapassaram o limite de fechamento do dossel, a zona ótima de manejo e o limite de autodesbaste. Isso ocasionou aumento na competição entre as árvores e o crescimento posterior apresentou constante mortalidade, até atingir, ao final da jornada, $G \approx 79 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 37 \text{ cm}$. Diferente da densidade inicial de 2500 árvores. ha^{-1} , o crescimento em G não se manteve evidentemente estagnado até a idade de 33 anos.

Figura 8 – Diagrama de densidade de manejo para os tratamentos com a densidade inicial de 1250 árvores.ha⁻¹.



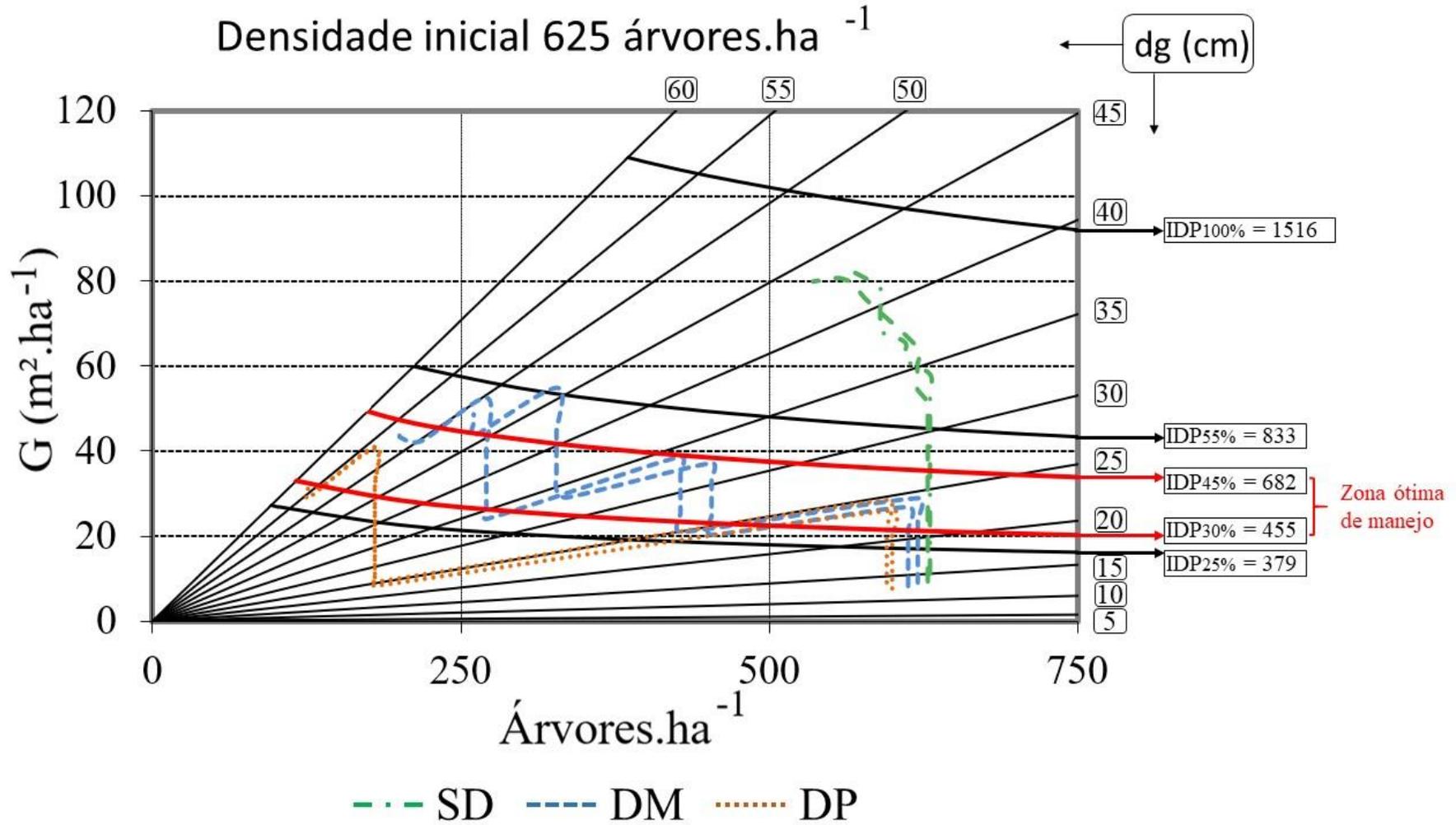
Os tratamentos com desbaste se mostraram eficazes na regulação do crescimento e redução da mortalidade ocasionada pelo autodesbaste. O primeiro desbaste ocorreu aos 8 anos, momento em que os povoamentos atingiram o limite que corresponde ao início do autodesbaste. Como resposta a essa intervenção, os povoamentos submetidos ao tratamento DM foram deslocados para a zona ótima de manejo, depois cresceram até o limite de autodesbaste e no segundo desbaste retornaram à zona ótima de manejo. Os povoamentos submetidos ao tratamento DP apresentaram comportamento parecido, no entanto, ficaram mais próximos ao limite inferior da zona ótima de manejo após o primeiro desbaste e se localizaram próximo ao limite superior da zona ótima de manejo, no momento em que foi realizado o segundo desbaste.

Em resposta ao segundo desbaste, os povoamentos dos tratamentos DM e DP cresceram até ultrapassar o limite de autodesbaste e foram desbastados novamente. Nesse último desbaste, os povoamentos dos tratamentos DM se localizaram próximos ao limite do autodesbaste e atingiram ao final, $G \approx 55 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 43 \text{ cm}$ e os povoamentos dos tratamentos DP se localizaram próximos ao limite superior da zona ótima de manejo e atingiram ao final, $G \approx 49 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 48 \text{ cm}$.

A estratégia de manejo dos povoamentos com densidade inicial de 2500 árvores. ha^{-1} , manteve os povoamentos oscilando em torno do IDP = 833 (limite do autodesbaste), enquanto a estratégia de manejo dos povoamentos com densidade inicial de 1250 árvores. ha^{-1} , manteve os povoamentos próximos à zona ótima de manejo na parte inicial do ciclo de produção, quando ainda não haviam ultrapassado o limite de autodesbaste. Esse menor IDP inicial resultou em maiores valores observados de dg , ao final das trajetórias.

O último diagrama de densidade de manejo gerado, corresponde ao tratamento com densidade inicial de 625 árvores. ha^{-1} (Figura 9). Todas as trajetórias iniciaram com, aproximadamente, $10 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ de G e 14 cm de dg , localizadas abaixo do limite de fechamento do dossel.

Figura 9 - Diagrama de densidade de manejo para os tratamentos com a densidade inicial de 625 árvores.ha⁻¹.



A trajetória dos povoamentos sem intervenção de desbastes (SD), a partir desse ponto, foi de intenso aumento em G até $\approx 50 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e dg até $\approx 33 \text{ cm}$ e inexpressiva mortalidade. Para chegar a essa posição, os povoamentos ultrapassaram o limite de fechamento do dossel, a zona ótima de manejo e o limite do autodesbaste. Isso ocasionou aumento na competição entre as árvores e o crescimento posterior apresentou constante mortalidade, até atingir, ao final da jornada, $G \approx 80 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 44 \text{ cm}$. Assim como na densidade inicial intermediária ($1250 \text{ árvores}.\text{ha}^{-1}$), o crescimento em G não se manteve evidentemente estagnado até a idade de 33 anos.

O primeiro desbaste, aos 8 anos, foi realizado quando os povoamentos estavam dentro da zona ótima de manejo e ao longo de todos os anos, os povoamentos não ultrapassaram o limite do autodesbaste, apresentando mortalidade pouco expressiva. Os povoamentos do tratamento DM apresentaram, ao todo, 3 desbastes e os povoamentos do tratamento DP apresentaram 2 desbastes. No tratamento DM, o segundo desbaste foi realizado dentro da zona ótima de manejo e o terceiro desbaste foi realizado próximo ao limite do autodesbaste. No tratamento DP, a intensidade de remoção de árvores no primeiro desbaste foi muito expressiva (66% e 67%) (Tabela 1), fazendo com que os povoamentos se deslocassem para a região abaixo do limite de fechamento do dossel. O segundo desbaste foi realizado dentro da zona ótima de manejo. Ao final da trajetória, os povoamentos dos tratamentos DM atingiram $G \approx 47 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 52 \text{ cm}$ e os povoamentos dos tratamentos DP atingiram $G \approx 33 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$ e $dg \approx 58 \text{ cm}$.

Considerando a maior parte do ciclo de crescimento e sintetizando as estratégias de manejo, é possível observar que, nos tratamentos mais adensados ($2500 \text{ árvores}.\text{ha}^{-1}$), o DM e o DP mantiveram os povoamentos em torno da linha do autodesbaste; nos tratamentos com densidade intermediária ($1250 \text{ árvores}.\text{ha}^{-1}$), o DM e o DP mantiveram os povoamentos em torno da zona ótima de manejo e; nos tratamentos menos adensados ($625 \text{ árvores}.\text{ha}^{-1}$) o DM manteve os povoamentos em torno da zona ótima de manejo e o DP manteve os povoamentos abaixo da zona ótima de manejo.

Como visto nos diagramas de densidade de manejo, a regulação dos povoamentos com a condução de desbastes provocou redução na competição entre as árvores. Desta forma, a Tabela 4 foi gerada para analisar a porcentagem da mortalidade ocorrida em todos os povoamentos, em períodos referentes aos desbastes realizados. Nos povoamentos com densidades iniciais de 2500 e $1250 \text{ árvores}.\text{ha}^{-1}$, quanto maior a intensidade do desbaste, menor foi a mortalidade total. No tratamento com densidade

inicial de 625 árvores.ha⁻¹ a mortalidade reduziu com o desbaste, mas foi menor no tratamento DM do que no tratamento DP, no entanto, mais de 85% da mortalidade observada nesse tratamento foi antes do primeiro desbaste. Após o primeiro desbaste, os tratamentos com desbaste apresentaram menor mortalidade em todos os períodos.

Tabela 4 – Mortalidade % em diferentes períodos nos povoamentos não desbastados e desbastados de *Pinus taeda*.

Período	2500 árvores.ha ⁻¹			1250 árvores.ha ⁻¹			625 árvores.ha ⁻¹		
	SD	DM	DP	SD	DM	DP	SD	DM	DP
Até 5 anos	0,4	12,0	2,5	-	-	-	-	-	-
5 - 8 anos	1,7	0,7	1,4	-	-	-	-	-	-
Até 8 anos	-	-	-	5,3	1,8	0,4	-	1,3	4,4
8 - 12 anos	11,1	6,0	1,5	5,0	6,4	-	-	-	-
12 - 27 anos	47,7	10,0	6,6	23,2	4,6	0,7	8,7	0,7	0,0
Após 27 anos	8,5	3,0	0,8	7,3	2,3	0,7	3,4	1,4	0,7
Total	69,4	31,7	12,8	40,8	15,1	1,8	12,1	3,4	5,1

4. DISCUSSÃO

O crescimento das árvores dentro de um povoamento florestal depende da disponibilidade de recursos naturais e espaço físico. Ao longo dos anos, o grau de ocupação da área se torna mais expressivo e a competição entre as árvores, por condições de sobrevivência e crescimento, inicia (BURKHART; TOMÉ, 2012). No entanto, árvores dominantes apresentam maior eficiência na competição, quando comparadas às árvores suprimidas (RYAN et al., 2010; CAMPOE et al., 2013). Essa desigualdade entre as árvores resulta no autodesbaste das árvores desfavorecidas, conferindo possibilidade de sobrevivência e crescimento às árvores remanescentes (WEIKITTEL et al., 2011).

A intervenção com desbastes é indicada para regular o desenvolvimento das árvores ao longo dos anos, amenizando a alta competição entre elas. Desbastes são pré-usos que, embora possam gerar rendas intermediárias em diferentes períodos (RETSLAFF et al., 2016), têm como objetivo principal proporcionar maiores rendas futuras (DOBNER JR; QUADROS, 2019). Neste estudo, foi avaliado o efeito dos desbastes, em diferentes intensidades, na regulação de povoamentos de *Pinus taeda*, localizados no sul do Brasil. A base de dados utilizada, permitiu analisar o

desenvolvimento dos povoamentos sob nove condições testadas, resultantes da combinação entre o fator densidade inicial (2500, 1250 e 625 árvores.ha⁻¹) e o fator desbaste (povoamentos não desbastados, desbastados em intensidade média e desbastados em intensidade pesada). As informações geradas possibilitam um conhecimento importante sobre o manejo de povoamentos de *Pinus taeda* na região sul do país, onde há maior área de plantio destinada ao gênero pinus no Brasil (IBÁ, 2019).

As medidas de densidade máxima do povoamento indicam o grau de ocupação máximo suportado em um povoamento, em relação ao número de árvores ou à área basal máxima implícita. Yang e Burkhart (2017) compararam a área basal máxima implícita, advindas de três medidas de densidade máxima do povoamento, com a área basal máxima explícita obtida pela equação de Chapman e Richards e verificaram proximidade entre as curvas, principalmente nas idades finais. Os autores identificaram melhor comportamento do índice de Nilson em relação às demais medidas e justificou esse fato com a formulação matemática do índice. Apesar de ter observado comportamento equivalente ao encontrado por estes autores em relação às curvas dos modelos implícitos e do modelo explícito (Figura 3), no presente estudo não foi verificado comportamento superior do índice de Nilson em relação ao modelo de densidade de Reineke, ambos apresentaram comportamentos equivalentes. O ajuste das medidas de densidade máxima e do modelo explícito de Chapman e Richards, utilizando a regressão quantílica para a seleção dos povoamentos estocados, conforme Vospernik e Sterba (2014) e Yang e Burkhart (2017), foi eficaz e de fácil implementação, apresentando maior praticidade quando comparado aos diferentes métodos encontrados na literatura, como por exemplo, a seleção de parcelas sem mortalidade (HARVEY; HOLZMAN; DAVIS, 2011) ou a utilização da tabela de produção normal (BURKHART, 2013). Das et al. (2019) destacam a regressão quantílica como uma alternativa robusta para estimativa de valores extremos.

A área basal máxima dos povoamentos não desbastados de 84 m².ha⁻¹ (obtida a partir do intercepto do modelo de Chapman e Richards) foi superior à encontrada no estudo de Hasenauer et al. (1997). Os autores encontraram área basal máxima de 48,7 m².ha⁻¹ utilizando 186 parcelas não desbastadas de *Pinus taeda*, localizadas no sudeste dos Estados Unidos, com idade variando de 20 a 37 anos e densidade de plantio variando de 667 a 2520 árvores.ha⁻¹. Da mesma forma, povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil, com 12 anos de idade (CARDOSO et al., 2013) apresentaram área basal máxima superior à encontrada em povoamentos de *Pinus taeda* nos Estados Unidos com 18 anos

de idade (YANG; BURKHART, 2017). Isto implica no fato de que o Brasil pode apresentar maiores condições para o desenvolvimento da espécie do que o local de origem da mesma.

A relação entre o aumento da mortalidade e o aumento da densidade inicial dos povoamentos não desbastados, foi constatada nesse estudo (Figuras 4 e 5), mostrando que povoamentos mais adensados atingem primeiro à linha de densidade máxima do povoamento. Embora Schneider et al. (2008) tenham utilizado duas densidades iniciais de povoamentos muito adensadas em seu estudo (6666 e 5000 árvores.ha⁻¹), os autores não testaram esta relação. Leite et al. (2006) avaliaram nove tratamentos de densidade inicial de povoamentos não desbastados de *Pinus taeda*, variando de 1333 a 6666 árvores.ha⁻¹ e verificaram aumento de mortalidade com o aumento da densidade inicial. Além disso, os autores constataram que em povoamentos mais adensados, a mortalidade inicia em idades inferiores às dos povoamentos menos adensados.

A aplicação dos desbastes foi eficiente para retardar a aproximação da linha de densidade máxima, reduzindo a taxa de mortalidade e aumentando o tamanho médio das árvores (Figura 6, Tabela 4) em todas as densidades iniciais. Maleki e Kiviste (2015) verificaram a redução da competição entre as árvores de *Betula pendula* na Estônia e o crescimento mais saudável, com menores taxas de autodesbaste após a realização de desbastes. McTague e Patton (1989) simularam diferentes trajetórias de crescimento de povoamentos em um diagrama de densidade de manejo e demonstraram a ocorrência intensa de mortalidade em povoamentos não desbastados, ocasionada pelo autodesbaste, com a proximidade da linha de densidade máxima do povoamento. Os autores simularam também, a trajetória de povoamentos desbastados em diferentes intensidades, de modo que, chegariam a um tamanho médio superior das árvores e reduziria a mortalidade provocada pelo autodesbaste.

Os diagramas de densidade de manejo são ferramentas importantes na regulação do povoamento florestal. A metodologia proposta por Harrington (1997), considerando o uso de 25%, 30%, 45%, 55% e 100% do IDP para determinar limites, respectivamente, de fechamento do dossel, zona ótima de manejo, início do autodesbaste e densidade máxima do povoamento foi utilizada neste estudo e demonstrou consistência em relação aos povoamentos não desbastados e desbastados analisados. De acordo com Harrington (1997), para conseguir condições de estoque completo, ausência de autodesbaste e recuperação de volume suficiente para operacionalizar um desbaste, os povoamentos

devem ser desbastados quando se aproximarem do limite superior da zona ótima de manejo, deixando uma densidade residual de 30% IDP, referente ao limite inferior da zona ótima de manejo.

Embora outros estudos tenham desenvolvido diagramas de densidade analisando o desenvolvimento dos povoamentos de *Pinus taeda* não desbastados (SCHNEIDER et al., 2009) e com até dois desbastes (RETSLAFF et al., 2016) no sul do Brasil, nunca antes foi avaliado desta forma o desenvolvimento de povoamentos conduzidos ao longo de 33 anos com a metodologia de desbaste pelo alto no sul do Brasil.

A eficácia da metodologia de desbaste foi comprovada nos diagramas de densidade de manejo gerados para as diferentes densidades iniciais (Figuras 7, 8 e 9). O tamanho médio das árvores (dg), aos 33 anos, nos povoamentos com densidade inicial de 1250 árvores.ha⁻¹ foi superior aos valores observados por Retslaff et al. (2016) em povoamentos com densidade inicial de 1600 árvores.ha⁻¹ e 1074 árvores.ha⁻¹, em diferentes sítios de produtividade e idade de 32,2 e 43,3 anos. Além disso, Retslaff et al. (2016) consideraram ausência de mortalidade após os desbastes e, neste estudo, verificamos que a mortalidade reduz consideravelmente após os desbastes, mas não se anula (Tabela 4), uma vez que as árvores suprimidas não são removidas no desbaste pelo alto.

Huss e Dobner Jr (2020) analisaram o crescimento e a produtividade econômica, utilizando a mesma base de dados deste estudo. Os autores verificaram que o tratamento com menor densidade inicial (625 árvores.ha⁻¹) e maior intensidade de desbaste (DP) apresentou ganho de 30% em relação ao crescimento em diâmetro das árvores dominantes e 70% em relação à produção volumétrica das árvores dominantes, comparado aos povoamentos desbastados com a densidade inicial de 2500 árvores.ha⁻¹. O efeito da densidade inicial também foi visto em termos médios na presente pesquisa, uma vez que os povoamentos desbastados com maior densidade inicial atingiu um dg de 30 a 40 cm ao final do ciclo de vida e o tratamento DPx625 atingiu um dg correspondente à 55 cm.

Futuros estudos podem ser realizados, utilizando outras espécies e testando outras metodologias de desbaste ao longo dos anos. O diagrama desenvolvido e as informações sobre crescimento e sobrevivência em nove tratamentos de povoamentos de *Pinus taeda*, até os 33 anos, consiste em dados valiosos para o manejo florestal desta espécie no sul do país.

5. CONCLUSÃO

A regressão quantílica foi apropriada na seleção dos povoamentos estocados para o ajuste dos modelos, evitando a utilização de métodos empíricos mais dispendiosos. O ajuste dos modelos de densidade máxima foi realizado com dados de povoamentos não desbastados, mas permitiu a análise dos povoamentos desbastados em diferentes intensidades.

Dentro de cada densidade inicial, os povoamentos desbastados apresentaram maior valor de dg e menor valor de G, comparados aos povoamentos não desbastados. As trajetórias de crescimento ao longo dos 33 anos, sob diferentes densidades de plantio e intensidades de desbaste pelo alto, relevam que as árvores alcançam maior crescimento médio em diâmetro (dg) quando são conduzidas próximas à zona ótima de manejo, ilustrada nos diagramas, entre os valores de IDP 455 e 682.

Os diagramas desenvolvidos podem ser utilizados para acompanhar a trajetória de crescimento de outros povoamentos de *Pinus taeda* no sul do Brasil, auxiliando na prescrição dos desbastes, em relação ao momento adequado e intensidade de remoção.

REFERÊNCIAS

ALVARES, C. A. *et al.* Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Berlin, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507

BURKHART, H. E. Comparison of maximum size – density relationships based on alternate stand attributes for predicting tree numbers and stand growth. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 289, n. 1, p. 404–408, Feb. 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2012.10.041

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. New York: Springer, 2012.

CAMPOE, O. C. *et al.* Stem production, light absorption and light use efficiency between dominant and non-dominant trees of *Eucalyptus grandis* across a productivity gradient in Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, jan, v. 288, p. 14–20, 2013. DOI: 10.1016/j.foreco.2012.07.035

DOBNER JR, M. **Crown thinning effects on growth and wood quality of *Pinus taeda* stands in southern Brazil**. 211 p. Tese de doutorado da Faculty of Environment and Natural Resources, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg im Breisgau, Germany, 2013.

DOBNER JR, M. **Desbaste pelo alto: uma alternativa rentável para povoamentos de *Pinus taeda* no Sul do Brasil**. Pomerode, SC: Imprensa Mayer, 28 p., 2015. ISBN:978-85-919079-0-8

DOBNER JR, M.; QUADROS, D. S. Economic performance of loblolly pine stands in southern Brazil as a result of different crown thinning intensities. **Revista Árvore**, Viçosa, v.43, n.2, 2019. DOI: 10.1590/1806-90882019000200004

EMBRAPA Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisas Florestais. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba, 113 p., 1998.

GADOW, K. V.; KOTZE, H. Tree survival and maximum density of planted forests – Observations from South African spacing studies. **Forest Ecosystems**, Berlin, v. 1, n. 21, p. 1-9, 2014. DOI: 10.1186/s40663-014-0021-4

HARVEY, B. J.; HOLZMAN, B. A.; DAVIS, J. D. Spatial variability in stand structure and density-dependent mortality in newly established post-fire stands of a California closed-cone pine forest. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 262, n. 11, p. 2042–2051, Dec. 2011. DOI: 10.1016/j.foreco.2011.08.045

HUSS, J; DOBNER JR, M. Einfluss von Ausgangspflanzendichte und Durchforstung auf Wachstum und wirtschaftlichen Ertrag von Weihrauchkiefern (*Pinus taeda*) in Südbrasilien. **Allgemeine Forst und Jagdzeitung**, v. 190, n. ½, p. 1-22, 2020. DOI: 10.23765/afjz0002035

KIRA, T., OGAWA, H., SAKAZAKI, N. Intraspecific competition among higher plants. I. Competition-yield-density interrelationship in regularly dispersed populations. **Journal of Institute of Polytechnics**, Osaka City, v. 4, p. 1–16, 1953.

KOENKER, R.; PARK, B. J. An interior point algorithm for nonlinear quantile regression. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v. 71, n.1–2, p. 265–283, 1996. DOI: 10.1016/0304-4076(96)84507-6

KOENKER, R. *et al.* **quantreg: Quantile Regression**. R package version 5.61. <http://CRAN.R-project.org/package=quantreg>, 2020.

KOENKER, R; BASSET, T. G. Regression quantiles. **Econometrica**, v. 46, p. 33–50, 1978.

KRAJICEK; J. E.; BRINKMAN, K. A.; GINGRICH, S. F. Crown competition – a measure of density. **Forest Science**, Lawrence, v. 7, p. 35-42, 1961

MCTAGUE, J. P.; PATTON, D. R. Stand density index and its application in describing wildlife habitat. **Wildlife Society Bulletin**, Spring, v. 17, n. 1, p. 58–62, 1989.

NILSON, A. **Modeling dependence between the number of trees and mean tree diameter of stands, stand density and stand sparsity**. In: Cieszewski, C.J., Strub, M. (Eds.), Second International Conference on Forest Measurement and Quantitative Methods and Management & the 2004 Southern Mensurationists Meeting. University of Georgia, Athens, pp. 74–94, 2006.

OLIVEIRA L. C. **Erosão hídrica e alguns processos hidrológicos em plantios de pinus, mata, campo nativo e estrada florestal**. 93 p. Tese de doutorado da Universidade de Santa Catarina, Lages, SC, 2012.

POSSATO, E. L. *et al.* Estimate of stand density index for eucalyptus urophylla using different fit methods. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 40, n. 5, p. 921–929, sep., 2016. DOI: 10.1590/0100-67622016000500016.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. Disponível em <https://www.R-project.org/>. (acesso em 09 de outubro de 2019).

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 46, n. 7, p. 627–638, 1933.

RETSLAFF, F. A. S. *et al.* Growth and yield prognosis in diameter classes for thinning Eucalyptus grandis stands in Brazil South. **Revista Árvore**, Viçosa, , v. 36, n. 4, p. 719–732, 2012. DOI: 0.1590/S0100-67622012000400013.

RÍO, M. Del; MONTERO, G.; BRAVO, F. Analysis of diameter–density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged Scots pine stands. **Forest Ecology and**

Management, Amsterdam, v. 142, n. 1-3, p. 79–87, 2001. DOI: 10.1016/S0378-1127(00)00341-8

RYAN, M. G. *et al.* Factors controlling Eucalyptus productivity: how resource availability and stand structure alter production and carbon allocation. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, p. 1695–1703, 2010. DOI: 10.1016/j.foreco.2010.01.013

SCHNEIDER, P. S. P. **Autodesbaste e diagrama de manejo da densidade em Povoamentos de Pinus taeda L.** 95 f. 2008. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Florestal) -Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

SCHNEIDER, P. S. P. *et al.* Diagrama de manejo da densidade para povoamento de *Pinus taeda* L. conduzido sem desbaste. **Ciencia Florestal**, Santa Maria, v. 19, n. 4, p. 433–447, out/dez, 2009.

SELLE, G. L. *et al.* Dendrogramas de densidade para *Hovenia dulcis* Thunberg na região central do estado do Rio Grande do Sul, Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 20, n. 3, p. 477 - 492, 2010. DOI: 10.5902/198050982062

SIMS, A. *et al.* Tracking disturbance-induced changes in stand development at irregular measurement intervals in the Järvselia Forest Experiments. **Baltic Forestry**, v. 15, n. 5, p. 151 - 160, 2009.

URIAS, J. C. T. *et al.* Diagrama para manejo de la densidad en rodales de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. en Puebla, México. **Revista Mexicana de Ciencias Forestales**, Cidade do México, v. 10, n. 51, p. 1- 25, 2019. DOI: 10.29298/rmcf.v10i51.223

VANDERSCHAAF, C.L., BURKHART, H.E. Using segmented regression to estimate stages and phases of stand development. **Forest Science**, Lawrence, v. 54, n. 2, p. 167–175, 2008.

VENDRUSCOLO, D. G. S. *et al.* Forma do fuste de árvores de *Tectona grandis* em diferentes espaçamentos. **Advances in Forestry Science**, Cuiabá, v.3, n.3, p. 51-54, 2016.

VOSPERNIK, S., STERBA, H. Do competition-density rule and self-thinning rule agree? **Annals of Forest Science**, v. 72, n. 3, p. 379–390, 2014. DOI: 10.1007/s13595-014-0433-x

WEISKITTEL, A. R. *et al.* **Forest Growth and Yield Modeling**. 1. ed. Oxford: John Wiley & Sons, 2011.

WILLIAMS, R. A. A Stand Density Diagram for Eucalyptus Plantations in Guangxi, China. **Agricultural Resourch & Technologies**, v. 5, n. 2, ID.555657, 2017. DOI: 10.19080/ARTOAJ.2017.05.555657

WILLIAMS, R. A. Stand Density Managemen Diagram for Loblolly Pine Plantations in North Louisiana. **SJAF**, [S. l.], v. 18, n. 1, p. 45, 1994.

YANG, S.-I.; BURKHART, H. E. Estimation of carrying capacity in loblolly pine (*Pinus taeda* L.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 385, p. 167–176, dec., 2017. DOI: 10.1016/j.foreco.2016.11.001.

YODA, K. *et al.* Self-thinning in over rowed pure stands under cultivated and natural conditions. **Journal of Biology**, Osaka City, v. 14, p. 107–129, 1963.

ZEIDE, B., 2010. Comparison of self-thinning models: an exercise in reasoning. **Trees**, Berlin, v. 24, n. 6, p. 1117–1126, 2010. DOI: 10.1007/s00468-010-0484-z